

როგორ მოვემზადოთ პედაგოგთა 2015
წლის სასერტიფიკაციო გამოცდისათვის

მათემატიკა

თბილისი

საგამოცდო კრებული წარმოადგენს „შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის“ საკუთრებას და დაცულია საქართველოს კანონით- „საავტორო და მომიჯნავე უფლებების შესახებ“. „შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის“ ნებართვის გარეშე დაუშვებელია ტექსტში რაიმე ცვლილების შეტანა, მისი რეპროდუქცია, თარგმნა დასხვა საშუალებებით (როგორც ბეჭდვითი, ასევე ელექტრონული ფორმით) გავრცელება, აგრეთვე იკრძალება საგამოცდო კრებულის გამოყენება კომერციული მიზნებისათვის.

სარჩევი

შესავალი -----	4
საგამოცდო პროგრამის პროექტი -----	5
ალგებრა და ანალიზის საწყისები -----	6
გეომეტრია -----	12
მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა -----	18
ზომის ერთეულები -----	19
საგამოცდო ტესტი -----	20
ტესტის პასუხები -----	37

შესავალი

2014 წელს საქართველოში ჩატარდა პედაგოგთა სასერტიფიკაციო გამოცდა მათემატიკაში, რომელიც მიზნად ისახავდა საგამოცდო პროგრამაში ასახული მასალის ცოდნისა და ამ ცოდნის პრაქტიკული გამოყენების უნარის შემოწმებას. წერითი ნამუშევრები გასწორდა ცენტრალიზებულად, შეფასების უნიფიცირებული კრიტერიუმებით.

წინამდებარე კრებულში მოყვანილია 2014 წლის გამოცდაზე გამოყენებული ტესტი, მისი პასუხები და შეფასების სქემა.

ტესტი შედგებოდა 36 დავალებისგან. აქედან პირველი 32 იყო ასარჩევი პასუხების მქონე, ანუ ყოველ მათგანს თან ახლდა 4 სავარაუდო პასუხი, რომელთაგან მხოლოდ ერთი იყო სწორი. ტესტის ამ ნაწილში თითოეული ამოცანა ფასდებოდა 1 ან 0 ქულით. 1 ქულა იწერებოდა სწორი პასუხის მითითებისთვის. ოცდამეცამეტე დავალებიდან ოცდამეთექვსმეტეს ჩათვლით დავალებები ღია ტიპის იყო. ოცდამეცამეტე დავალება ფასდებოდა 4 ქულით, ოცდამეთოთხმეტე დავალება - 7 ქულით, ხოლო ოცდამეთხუთმეტე და ოცდამეთექვსმეტე დავალება - თითოეული 8 ქულით. სულ ტესტის მაქსიმალური შესაძლო ქულა 59-ის ტოლი იყო. გამოცდის ჩასაბარებლად საჭირო იყო გამოსაცდელს მოეგროვებინა არანაკლებ 36 ქულისა (ტესტის მაქსიმალური შესაძლო ქულის 60% - ზე მეტი).

2015 წლის პედაგოგთა სასერტიფიკაციო გამოცდის ტესტის ფორმატში ცვლილებების შეტანა დაგეგმილი არ არის.

იმედი გვაქვს, კრებული დაეხმარება მათემატიკის პედაგოგებს უკეთ მოემზადონ სასერტიფიკაციო გამოცდისთვის მათემატიკაში.

გთხოვთ, თქვენი შენიშვნები და წინადადებები გამოგზავნოთ მისამართზე:

თბილისი, 0186

მინდელის ქ. 9

გამოცდების ეროვნული ცენტრის მათემატიკის ჯგუფი

საგამოცდო პროგრამის პროექტი

საგამოცდო პროგრამის პროექტი მათემატიკაში შედგენილია გამოცდების ეროვნული ცენტრის მათემატიკის ჯგუფისა და ცენტრთან არსებული საკონსულტაციო საბჭოს მიერ. საბჭოს შემადგენლობაში შედიოდნენ საქართველოს უმაღლესი სასწავლებლების, კვლევითი ინსტიტუტების, სასწავლო პროგრამების და შეფასების ეროვნული ცენტრისა და საჯარო სკოლების წარმომადგენლები.

საგამოცდო პროგრამა ეფუძნება საბაზო და საშუალო საფეხურის მასწავლებლის პროფესიულ სტანდარტს მათემატიკაში.

საგამოცდო პროგრამის მარცხენა სვეტში (საკითხთა ჩამონათვალი) მოცემულია იმ მათემატიკური ცნებების, განმარტებებისა და თეორემების ნუსხა, რომელთა ცოდნა მოითხოვება სასერტიფიკაციო გამოცდის ჩასაბარებლად. მათი დაზუსტება ხდება პროგრამის მარჯვენა სვეტში (მოთხოვნები და დაზუსტება), სადაც მითითებულია, რისი ცოდნა მოეთხოვება პედაგოგს შესაბამისი საკითხის გარშემო.

საგამოცდო პროგრამის პროექტი

ალგებრა და ანალიზის საწყისები

	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტებები
1	სიმრავლე. ოპერაციები სიმრავლეებზე. ვენის დიაგრამები.	<p>სიმრავლე, ქვესიმრავლე, ორი სიმრავლის ტოლობა, ცარიელი სიმრავლე. ელემენტარული ოპერაციები სიმრავლეებზე: სიმრავლეთა გაერთიანება, თანაკვეთა, სხვაობა, სიმრავლის დამატება.</p> <p>ორი სიმრავლის დეკარტული ნამრავლი.</p>
2	გამონათქვამები და ოპერაციები გამონათქვამებზე. დასაბუთების მეთოდები.	<p>ლოგიკური ოპერაციები გამონათქვამებზე: უარყოფა, კონიუნქცია, დიზიუნქცია, იმპლიკაცია. მათი ჭეშმარიტულ მნიშვნელობათა ცხრილი.</p> <p>გამონათქვამთა ტოლფასობის შემოწმება ჭეშმარიტულ მნიშვნელობათა ცხრილის საშუალებით.</p> <p>ზოგადმართებული გამონათქვამები.</p> <p>ლოგიკური გამომდინარეობა; დამტკიცების ცნება; გამონათქვამთა თავსებადი და არათავსებადი ერთობლიობები.</p> <p>$A \Rightarrow B$ გამონათქვამის კონვერსიული, ინვერსიული და კონტრაპოზიციური გამონათქვამები. კონტრაპოზიციის კანონი.</p> <p>მათემატიკური დებულებების დასაბუთების მეთოდები: საწინააღმდეგოს დაშვება, კონტრმაგალითის აგება და მათემატიკური ინდუქცია.</p> <p>ზოგადობისა და არსებობის კვანტორები.</p>
3	ასახვა. ასახვის გრაფიკი. ასახვათა უმარტივესი კლასიფიკაცია.	<p>ასახვის განსაზღვრის არე. ასახვის მნიშვნელობათა სიმრავლე. ასახვის შეზღუდვა განსაზღვრის არის ქვესიმრავლეზე. ასახვის გრაფიკი.</p> <p>სიმრავლის სახე და წინა სახე ასახვის მიმართ.</p> <p>ასახვათა კომპოზიციაცია.</p> <p>ასახვათა ტიპები: ინექცია, სიურექცია, ბიექცია.</p> <p>ბიექციური ასახვის შექცეული ასახვა.</p>
4	ნატურალური რიცხვები. მარტივი და შედგენილი რიცხვები. გამყოფი და ჯერადი.	<p>ართიმეტიკული მოქმედებები ნატურალურ რიცხვებზე.</p> <p>რიცხვის დაშლა მარტივ მამრავლებად. დაშლის ერთადერთობა.</p> <p>რამდენიმე რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფისა და უმცირესი საერთო ჯერადის პოვნა. ევკლიდეს ალგორითმი.</p>

		2-ზე, 3-ზე, 5-ზე, 9-ზე და 10-ზე გაყოფადობის ნიშნები. ნაშთი. ნაშთთა არითმეტიკა (ჯამი და ნამრავლი).
5	მთელი რიცხვები.	არითმეტიკული მოქმედებები მთელ რიცხვებზე.
6	რაციონალური რიცხვები.	რაციონალური რიცხვების წარმოდგენა წილადებისა და ათწილადების სახით. რაციონალური რიცხვების შედარება და არითმეტიკული მოქმედებები რაციონალურ რიცხვებზე. რიცხვითი გამოსახულებები, მოქმედებათა თანმიმდევრობა რიცხვით გამოსახულებებში, არითმეტიკულ მოქმედებათა თვისებები.
7	ირაციონალური რიცხვები. ნამდვილი რიცხვები.	არითმეტიკული მოქმედებები ნამდვილ რიცხვებზე, ნამდვილი რიცხვების შედარება, რიცხვითი უტოლობები და მათი თვისებები.
		არათანაზომადი მონაკვეთები.
		ირაციონალური რიცხვის ათობითი მიახლოება.
8	რიცხვის ჩაწერის პოზიციური სისტემა	რიცხვის გამოსახვა სხვადასხვა პოზიციურ სისტემაში.
		ერთ პოზიციურ სისტემაში გამოსახული რიცხვის გამოსახვა მეორე პოზიციურ სისტემაში.
9	რიცხვითი ღერძი. რიცხვითი შუალედები	წერტილის კოორდინატი. ნამდვილი რიცხვის შესაბამისი წერტილის გამოსახვა რიცხვით ღერძზე.
		ერთცვლადიანი წრფივი უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლის გამოსახვა რიცხვით ღერძზე.
10	რიცხვის მოდული.	მოდულის ძირითადი თვისებები და მისი გეომეტრიული აზრი.
11	პროპორცია.	პროპორციის თვისებები, პროპორციის უცნობი წევრის პოვნა, რიცხვის დაყოფა მოცემული შეფარდებით.
		პირდაპირპროპორციული და უკუპროპორციული დამოკიდებულება სიდიდეებს შორის.
12	რიცხვის პროცენტი და ნაწილი.	რიცხვის პროცენტისა და ნაწილის პოვნა. რიცხვის პოვნა მისი პროცენტით ან ნაწილით.
		რიცხვის ჩაწერა პროცენტის სახით.
13	ხარისხი	ხარისხი ნატურალური, მთელი და რაციონალური მაჩვენებლით.
		ნამრავლის, ფარდობისა და ხარისხის ახარისხება. ტოლ ფუძიანი ხარისხების ნამრავლი და შეფარდება.
14	n-ური ხარისხის ფესვი, არითმეტიკული ფესვი.	არითმეტიკული ფესვის თვისებები.
15	მრავალწევრები	შეკრება, გამოკლება, გამრავლება. გაყოფა. მრავალწევრის ფესვები. ბეზუს თეორემა. ევკლიდეს ალგორითმი.
		მამრავლებად დაშლა. შემოკლებული გამრავლების

		ფორმულები.
16	ალგებრული გამოსახულება	მოქმედებები რაციონალურ გამოსახულებებზე. ალგებრული გამოსახულების გარდაქმნა და მისი რიცხვითი მნიშვნელობის გამოთვლა.
17	რიცხვის ლოგარითმი.	ძირითადი ლოგარითმული იგივეობა. ლოგარითმის ძირითადი თვისებები. ნატურალური ლოგარითმი.
18	მართკუთხა კოორდინატ-თა სისტემა სიბრტყეზე და სივრცეში.	წერტილის კოორდინატები. ნამდვილ რიცხვთა წყვილის შესაბამისი წერტილის გამოსახვა საკოორდინატო სიბრტყეზე და ნამდვილ რიცხვთა სამეულის შესაბამისი წერტილის გამოსახვა სივრცეში.
19	ფუნქცია, ფუნქციის გრაფიკი.	ფუნქციის განსაზღვრის არე, მნიშვნელობათა სიმრავლე, ზრდადობა, კლებადობა, ლუწობა, კენტობა, პერიოდულობა. რთული ფუნქცია (ფუნქციათა კომპოზიცია), შექცეული ფუნქცია. კავშირი ფუნქციის თვისებებსა და მის გრაფიკს შორის. ფუნქციის მნიშვნელობის გამოთვლა არგუმენტის მოცემული მნიშვნელობისათვის. ფუნქციის მოცემა ცხრილის, ფორმულისა და გრაფიკის საშუალებით. ელემენტარული ფუნქციები: მრავალწევრები, წილადწრფივი, რაციონალური, ხარისხოვანი, მაჩვენებლიანი, ლოგარითმული, ტრიგონომეტრიული, შექცეული ტრიგონომეტრიული ფუნქციები – თვისებები და გრაფიკები.
20	კუთხის ზომა.	გრადუსული და რადიანული ზომა. კავშირი კუთხის რადიანულ და გრადუსულ ზომებს შორის.
21	ტრიგონომეტრიული ფუნქციები: სინუსი, კოსინუსი, ტანგენსი და კოტანგენსი. შექცეული ტრიგონომეტრიული ფუნქციები.	სინუსის, კოსინუსის და ტანგენსის მნიშვნელობები $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ არგუმენტებისათვის; ფუნქციათა ნიშნები მეოთხედების მიხედვით; პერიოდულობა (უმცირესი პერიოდის მოძებნა), ლუწობა, კენტობა. ძირითადი დამოკიდებულებები ერთი და იმავე არგუმენტის ტრიგონომეტრიულ ფუნქციებს შორის. დაყვანის ფორმულები. ტრიგონომეტრიული ფუნქციების მნიშვნელობების გამოსათვლელი ფორმულები ორი არგუმენტის ჯამისა და სხვაობისათვის. ჯამის გარდაქმნა ნამრავლად და ნამრავლის გარდაქმნა ჯამად.
22	განტოლება, უტოლობები, განტოლებათა და უტოლობათა სისტემები.	წრფივი, კვადრატული, რაციონალური, მაჩვენებლიანი, ლოგარითმული, ირაციონალური, ტრიგონომეტრიული, მოდულის შემცველი განტოლებებისა და განტოლებათა

		<p>სისტემების, უტოლობებისა და უტოლობათა სისტემების ამონახსნთა სიმრავლის ცნებები.</p> <p>ტოლფასი განტოლებები და განტოლებათა სისტემები. პარამეტრის შემცველი განტოლებები და განტოლებათა სისტემები.</p> <p>ორუცნობიანი განტოლებების ამოხსნის ხერხები (მაგ., გრაფიკული, დამხმარე ცვლადის შემოტანა). ამონახსნთა სიმრავლის გამოსახვა საკოორდინატო სიბრტყეზე.</p> <p>წრფივ ორუცნობიან უტოლობათა სისტემა, მისი ამონახსნთა სიმრავლის გამოსახვა სიბრტყეზე. წრფივი დაპროგრამების ამოცანა (გეომეტრიული ამოხსნა).</p>
23	ამოცანები განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის ამოხსნაზე.	ამოცანების ამოხსნა განტოლებისა ან განტოლებათა სისტემის შედგენით.
24	რიცხვითი მიმდევრობები.	<p>მიმდევრობის n-ური წევრის ფორმულის მიხედვით მიმდევრობის წევრების პოვნა.</p> <p>არითმეტიკული პროგრესია: არითმეტიკული პროგრესიის n-ური წევრისა და პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულები.</p> <p>გეომეტრიული პროგრესია: გეომეტრიული პროგრესიის n-ური წევრისა და პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულები.</p> <p>მიმდევრობის მოცემის რეკურენტული ხერხი. ფიბონაჩის მიმდევრობა.</p> <p>რიცხვითი მიმდევრობის კრებადობა. კრებად მიმდევრობათა არითმეტიკული თვისებები. უსასრულოდ მცირე და უსასრულოდ დიდი მიმდევრობები.</p> <p>თეორემა ზრდადი (კლებადი) და ზემოდან (ქვემოდან) შემოსაზღვრული მიმდევრობის კრებადობის შესახებ. ნეპერის რიცხვი, როგორც მიმდევრობის ზღვარი.</p> <p>უსასრულოდ კლებადი გეომეტრიული პროგრესიის ჯამი.</p>
25	ფუნქციის ზღვარი. ფუნქციის უწყვეტობა.	<p>ფუნქციის ზღვარი წერტილში. წერტილში ფუნქციის ზღვარი მარცხნიდან და მარჯვნიდან. წერტილში ფუნქციის ზღვრის არითმეტიკული თვისებები.</p> <p>ფუნქციის წყვეტა წერტილში და წყვეტის წერტილთა კლასიფიკაცია.</p> <p>ფუნქციის უწყვეტობა წერტილში. უწყვეტი ფუნქციის ცნება. ძირითად ელემენტარულ ფუნქციათა უწყვეტობა.</p>

		სეგმენტზე განსაზღვრულ უწყვეტ ფუნქციასთან გლობალური თვისებები: ბოლცანო-კოშის თეორემა შუალედური მნიშვნელობის შესახებ; ვაიერშტრასის თეორემა მაქსიმალური და მინიმალური მნიშვნელობების მიღწევადობის შესახებ.
26	ფუნქციის წარმოებული.	<p>ფუნქციის წარმოებული განსაზღვრის არის შიგა წერტილში და მისი გეომეტრიული და ფიზიკური შინაარსი.</p> <p>ფუნქციასთან ჯამის, სხვაობის, ნამრავლისა და განაყოფის წარმოებული. ფუნქციასთან კომპოზიციის წარმოებული. შექცეული ფუნქციის წარმოებული.</p> <p>ელემენტარულ ფუნქციასთან წარმოებულები.</p> <p>წარმოებადი ფუნქციის გრაფიკის მხები წრფის განტოლება.</p> <p>ფერმას თეორემა.</p>
27	ფუნქციის გამოკვლევა წარმოებულის გამოყენებით.	<p>ფუნქციის მონოტონურობის შუალედების დადგენა წარმოებულის გამოყენებით.</p> <p>ფუნქციის გამოკვლევა ლოკალურ ექსტრემუმზე. სეგმენტზე განსაზღვრული წარმოებადი ფუნქციის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობის მოძებნა.</p> <p>ვერტიკალური და დახრილი ასიმპტოტების მოძებნა.</p> <p>ფუნქციის გრაფიკის სქემატური გამოსახვა მართკუთხა საკოორდინატო სისტემაში.</p>
28	ინტეგრება.	<p>ფუნქციის პირველადი და განუსაზღვრელი ინტეგრალი. ძირითად ელემენტარულ ფუნქციასთან განუსაზღვრელი ინტეგრალები.</p> <p>განუსაზღვრელი ინტეგრალის ძირითადი თვისებები: წრფივობა, ნაწილობითი ინტეგრება, ცვლადის გარდაქმნა ინტეგრალის ნიშნის ქვეშ.</p> <p>რიმანის ინტეგრალი. მისი გეომეტრიული შინაარსი.</p> <p>რიმანის ინტეგრალის ძირითადი თვისებები: წრფივობა, ადიტიურობა, ნაწილობითი ინტეგრება, ცვლადის გარდაქმნა განსაზღვრულ ინტეგრალში.</p> <p>ნიუტონ-ლაიბნიცის ფორმულა.</p> <p>მრუდწირული ტრაპეციის ფართობის გამოთვლა განსაზღვრული ინტეგრალის გამოყენებით.</p>
29	კომპლექსური რიცხვები.	კომპლექსური რიცხვების ჩაწერის ალგებრული და ტრიგონომეტრიული ფორმა. კომპლექსური რიცხვების გეომეტრიული ინტერპრეტაცია. კომპლექსური რიცხვის მოდული, არგუმენტი. კომპლექსური რიცხვის

		შეუღლებული რიცხვი. არითმეტიკული მოქმედებები კომპლექსურ რიცხვებზე.
		კვადრატული განტოლების ამოხსნა კომპლექსურ რიცხვთა სიმრავლეში.
		ალგებრის ძირითადი თეორემა.
		ვიეტის თეორემა ნებისმიერი ხარისხის მრავალწევრებისათვის.
		კომპლექსური რიცხვის ნატურალური ხარისხი (მუავრის ფორმულა).
30	კომბინატორიკის ელემენტები.	გადანაცვლებათა, ჯუფთებათა და წყობათა რაოდენობების გამოსათვლელი ფორმულები.
		ნიუტონის ბინომი, ბინომიალური კოეფიციენტების თვისებები, პასკალის სამკუთხედი.
31	გრაფები.	ძირითადი ცნებები გრაფთა თეორიიდან: წვერო, წიბო, რკალი, მარყუჟი, მოსაზღვრე წვეროები და წიბოები, წიბოს და წვეროს ინციდენტურობა, მარშრუტი, შემოვლა (გრაფზე), ჯაჭვი, მარტივი ჯაჭვი, ციკლი, ორიენტირებული და არაორიენტირებული გრაფები, ხე, წვეროს ხარისხი, მარშრუტის სიგრძე.
		გრაფების მოცემის ხერხები: ინციდენტურობის და მოსაზღვრეობის ცხრილებით, სიით.
		გრაფების იზომორფულობა. ბრტყელი გრაფის ეილერის მახასიათებელი.
		გრაფის უნიკურსალურობა. ბმული გრაფის უნიკურსალურობის აუცილებელი და საკმარისი ნიშანი (კენტი ინდექსის მქონე წვეროთა რაოდენობა არ უნდა აღემატებოდეს ორს).

გეომეტრია

1	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტებები
1	წერტილი, წრფე. სხივი, მონაკვეთი, ტეხილი.	
2	მონაკვეთის სიგრძე, ტეხილის სიგრძე.	
3	კუთხე, კუთხის გრადუსული ზომა, მართი, მახვილი, ბლაგვი და გაშლილი კუთხეები.	
4	კუთხის ბისექტრისა	კუთხის ბისექტრისის თვისება.
5	მონაკვეთის შუამართობი.	მონაკვეთის შუამართობის თვისება.
6	მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები.	მოსაზღვრე კუთხეების ჯამი. ვერტიკალური კუთხეების ტოლობა.
7	წრფეთა პარალელობა. ორი წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეები.	ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეების თვისებები.
	გადაკვეთისას მიღებული კუთხეები.	წრფეთა პარალელობის ნიშნები.

8	კუთხე ორ წრფეს შორის. წრფეთა მართობულობა. მართობი, დახრილი და გეგმილი. მანძილი წერტილიდან წრფემდე.	
9	მრავალკუთხედი. ამოზნექილი მრავალკუთხედი.	გვერდი, წვერო, კუთხე, დიაგონალი, პერიმეტრი. ამოზნექილი მრავალკუთხედის კუთხეების ჯამი.
10	სამკუთხედი.	გვერდი, კუთხე, წვერო, მედიანა, ბისექტრისა, სიმაღლე და მათი თვისებები. სამკუთხედის კერძო სახეები: მართკუთხა, მახვილკუთხა, ბლაგვკუთხა, ტოლფერდა, ტოლგვერდა; მათი თვისებები. სამკუთხედის კუთხეების ჯამი. სამკუთხედის გარე კუთხის თვისება. სამკუთხედის შუახაზის თვისებები. სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები. სამკუთხედების მსგავსების ნიშნები. მსგავსი სამკუთხედების

		პერიმეტრებისა და ფართობების შეფარდება. სინუსებისა და კოსინუსების თეორემები. სამკუთხედის ამოხსნა. შემოხაზული და ჩახაზული წრეწირი. მართკუთხა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის თვისება. სამკუთხედში ჩახაზული და სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირების რადიუსების გამოსათვლელი ფორმულები.
11	მანძილის თვისება.	სამკუთხედის უტოლობა.
12	მართკუთხა სამკუთხედი.	მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები.
		მართკუთხა სამკუთხედში კუთხეებსა და გვერდებს შორის ტრიგონომეტრიული თანაფარდობები.
		პითაგორას თეორემა. თანაფარდობები ჰიპოტენუზაზე დაშვებულ სიმაღლეს, კათეტებს, კათეტების გეგმილებსა და ჰიპოტენუზას შორის ($h^2 = a_c b_c$, $a^2 = ca_c$, $b^2 = cb_c$, $ch = ab$).
13	თალესის თეორემა.	მონაკვეთის დაყოფა მოცემული პროპორციით.
14	პროპორციები გეომეტრიაში.	ოქროს კვეთა, მონაკვეთთა საშუალო არითმეტიკული, საშუალო გეომეტრიული და საშუალო ჰარმონიული.
15	პარალელოგრამი.	პარალელოგრამის გვერდებისა და კუთხეების თვისებები.
		პარალელოგრამის დიაგონალების თვისებები (პარალელოგრამის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი პარალელოგრამის სიმეტრიის ცენტრია; პარალელოგრამის დიაგონალების სიგრძეების კვადრატების ჯამი მისი გვერდების სიგრძეების კვადრატების ჯამის ტოლია).
		პარალელოგრამობის ნიშნები.
		რომბის დიაგონალების თვისებები.
		მართკუთხედის დიაგონალების თვისება. მართკუთხედის სიმეტრიის ღერძები.
		კვადრატი და მისი თვისებები.
16	ტრაპეცია	ტრაპეციის ელემენტები: ფუძე, ფერდი, სიმაღლე, ტრაპეციის შუახაზი. ტრაპეციის შუახაზის თვისება. ტოლფერდა ტრაპეციის თვისებები.
17	ბრტყელი ფიგურის ფართობი.	ერთეულოვანი კვადრატის ფართობი ერთის ტოლია. ტოლ ფიგურებს ტოლი ფართობები აქვთ. ბრტყელი ფიგურის ფართობი მისი შემადგენელი ნაწილების ფართობების ჯამის ტოლია.
18	კვადრატის, მართკუთხე-	კვადრატის, მართკუთხედის, სამკუთხედის,

	დის, სამკუთხედის, პარალელოგრამის, რომბის და ტრაპეციის ფართობების გამოსათვლელი ფორმულები.
19	წრეწირი და წრე
	ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი, ქორდა, რკალი, სექტორი, სეგმენტი.
	რკალის გრადუსული და რადიანული ზომა.
	რიცხვი π .
	წრეწირისა და წრეწირის რკალის სიგრძის გამოსათვლელი ფორმულები.
	ცენტრული და ჩახაზული კუთხეები და მათი თვისებები.
	წრეწირის მხების თვისება.
ურთიერთგადამკვეთი ქორდების თვისებები. წრეწირისადმი ერთი წერტილიდან გავლებული მხებისა და მკვეთის თვისებები. ქორდის მართობული დიამეტრის თვისება.	
წრიული სექტორის, წრიული სეგმენტის და წრის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულები.	
20	გეომეტრიული აგებები.
	ძირითადი გეომეტრიული აგებები ფარგლითა და სახაზავით: სამკუთხედის აგება მოცემული გვერდების მიხედვით, მოცემული კუთხის ტოლი კუთხის აგება, კუთხის ბისექტრისის აგება, მონაკვეთის შუამართობის აგება, მოცემულ წერტილზე მოცემული წრფის პერპენდიკულარული წრფის გავლება, მოცემულ წერტილზე მოცემული წრფის პარალელური წრფის გავლება. მონაკვეთის გაყოფა მოცემული შეფარდებით.
21	წესიერი მრავალკუთხედები.
	წესიერ მრავალკუთხედებში ჩახაზული და მათზე შემოხაზული წრეწირები. წესიერი მრავალკუთხედის გვერდსა და მასში ჩახაზული და მასზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსებს შორის დამოკიდებულება.
	წესიერი მრავალკუთხედის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულა.
22	გეომეტრიული გარდაქმნები სიბრტყეზე. მოძრაობა.
	ღერძული და ცენტრული სიმეტრიები, მობრუნება, ჰომოთეტია, პარალელური გადატანა. მსგავსების გარდაქმნა.
	ზემოთ ჩამოთვლილი გეომეტრიული გარდაქმნების გამოსახვა კოორდინატებში.
	ფიგურის (მრავალკუთხედის, წრის) ინვარიანტები ზემოთ ჩამოთვლილი გეომეტრიული გარდაქმნების მიმართ.

		გეომეტრიული გარდაქმნების კომპოზიციები.
23	წერტილი, წრფე და სიბრტყე სივრცეში.	ურთიერთგადამკვეთი, პარალელური და აცდენილი წრფეები. წრფეთა პარალელობის ნიშანი. კუთხე აცდენილ წრფეებს შორის.
		წრფისა და სიბრტყის მართობულობის ნიშანი.
		წრფისა და სიბრტყის პარალელობის ნიშანი.
		კუთხე წრფესა და სიბრტყეს შორის. ორწახნაგა კუთხე. ორწახნაგა კუთხის ზომა. კუთხე სიბრტყეებს შორის.
		სიბრტყეთა პარალელობის ნიშანი.
		ორი სიბრტყის მართობულობის ნიშანი.
		მართობი და დახრილი. მანძილი წერტილიდან სიბრტყემდე. სამი მართობის თეორემა.
		ფიგურის პარალელური დაგეგმილება სიბრტყეზე.
24	მრავალწახნაგა.	წვერო, წიბო, წახნაგი.
		წესიერი მრავალწახნაგები (პლატონისეული სხეულები).
25	პრიზმა.	ფუძე, გვერდითი წახნაგი, გვერდითი წიბო, სიმაღლე, დიაგონალი.
		პრიზმის კერძო სახეები (მართი პრიზმა, წესიერი პრიზმა, მართი პარალელეპიპედი, მართკუთხა პარალელეპიპედი, კუბი).
26	პირამიდა.	წვერო, წიბო, ფუძე, გვერდითი წახნაგი, სიმაღლე.
		წესიერი პირამიდა. აპოთემა. წაკვეთილი პირამიდა.
27	ბრუნვითი სხეულები.	ცილინდრი. ცილინდრის ელემენტები: რადიუსი, მსახველი, ფუძეები, სიმაღლე. ცილინდრის ღერძული კვეთა.
		კონუსი. კონუსის ელემენტები: წვერო, ფუძე, მსახველი, სიმაღლე. კონუსის ღერძული კვეთა. წაკვეთილი კონუსი.
		ბირთვი, სფერო. მათი ელემენტები: ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი. ბირთვის კვეთა სიბრტყით. სფეროს მხები სიბრტყე.
		წრფის გარშემო მრავალკუთხედის ბრუნვის შედეგად მიღებული სხეული.
28	სივრცითი სხეულის მოცულობა.	ერთის ტოლი წიბოს მქონე კუბის მოცულობა ერთის ტოლია. ტოლ სხეულებს ტოლი მოცულობები აქვთ. სივრცითი სხეულის მოცულობა მისი შემადგენელი სხეულების მოცულობათა ჯამის ტოლია.
29	სხეულის მოცულობა და ზედაპირის ფართობი.	კუბის, პარალელეპიპედის, პრიზმის გვერდითი და სრული ზედაპირის ფართობისა და მოცულობის გამოთვლა.

		<p>პირამიდის, ცილინდრის, კონუსის, წაკვეთილი პირამიდის და წაკვეთილი კონუსის გვერდითი და სრული ზედაპირის ფართობისა და მოცულობის გამოთვლა.</p> <p>ბირთვის ზედაპირის ფართობისა და მოცულობის გამოთვლა.</p>
30	კუბის, მართკუთხა პარალელეპიპედის, მართი პრიზმის, პირამიდის, ცილინდრის და კონუსის შლილები და კვეთები.	<p>აღნიშნული ფიგურების აღდგენა მათი შლილების საშუალებით.</p> <p>აღნიშნული ფიგურების კვეთა სიბრტყით.</p> <p>აღნიშნული ფიგურების აღდგენა ორთოგონალური გეგმილების მიხედვით.</p>
31	გეომეტრიული გარდაქმნები სივრცეში. მოძრაობა სივრცეში.	<p>ღერძული და ცენტრული სიმეტრიები. სიმეტრია სიბრტყის მიმართ. პარალელური გადატანა. ჰომოთეტია. მობრუნება წრფის მიმართ. მსგავსების გარდაქმნა.</p> <p>გეომეტრიული გარდაქმნების (ღერძული და ცენტრული სიმეტრია, სიმეტრია სიბრტყის მიმართ, პარალელური გადატანა, ჰომოთეტია) გამოსახვა კოორდინატებში.</p> <p>ფიგურის ინვარიანტები ზემოთ ჩამოთვლილი გეომეტრიული გარდაქმნების მიმართ.</p> <p>სიმეტრიები კუბში, პარალელეპიპედში, წესიერ პრიზმაში, წესიერ პირამიდაში, კონუსში, სფეროსა და ბირთვში.</p>
32	ვექტორები.	<p>ვექტორები და მათზე განსაზღვრული ოპერაციები: შეკრება, სკალარზე გამრავლება, სკალარული და ვექტორული გამრავლება. აღნიშნულ ოპერაციათა ძირითადი თვისებები.</p> <p>კოლინეარული და კომპლანარული ვექტორები. ვექტორებისა და ვექტორული ოპერაციების გამოსახვა კოორდინატებში. ვექტორის გაშლა საკოორდინატო ორტების მიმართ.</p>
33	ანალიზური გეომეტრიის ელემენტები სიბრტყეზე.	<p>ორ წერტილს შორის მანძილის გამოსახვა დეკარტულ კოორდინატებში. მონაკვეთის გაყოფა მოცემული პროპორციით.</p> <p>წრფის განტოლება ზოგადი სახით. ორ წერტილზე გამავალი წრფის განტოლება. წრფეთა კონის განტოლება. კუთხე ორ წრფეს შორის. წრფეთა პარალელურობის და მართობულობის პირობები.</p> <p>მანძილი წერტილიდან წრფემდე.</p> <p>მეორე რიგის წირები სიბრტყეზე: ელიფსი, ჰიპერბოლა</p>

		და პარაბოლა. მათი კანონიკური განტოლებები. ფოკუსები, ნახევარღერძები, ექსცენტრისიტიტი, დირექტრისა.
34	ანალიზური გეომეტრიის ელემენტები სივრცეში.	ორ წერტილს შორის მანძილის გამოსახვა დეკარტულ კოორდინატებში. მონაკვეთის გაყოფა მოცემული პროპორციით.
		წრფის კანონიკური განტოლება. ორ წერტილზე გამავალი წრფის განტოლება.
		სიბრტყის ზოგადი სახის განტოლება სივრცეში. კუთხე ორ სიბრტყეს შორის. ორი სიბრტყის პარალელურობის და მართობულობის პირობები. წრფისა და სიბრტყის პარალელურობის და მართობულობის პირობები.
		მანძილი წერტილიდან სიბრტყემდე.
35	არაევკლიდური გეომეტრიების შესახებ ელემენტარული წარმოდგენები.	ელიფსური გეომეტრიის რიმან-კლაინის მოდელი (გეომეტრია სფეროზე).
		ჰიპერბოლური (ლობაჩევსკის) გეომეტრიის პუანკარეს მოდელი (ფსევდოსფეროზე ან წრეზე).
		პარაბოლური (ევკლიდური), ელიფსური (გეომეტრია სფეროზე) და ჰიპერბოლური (გეომეტრია წრეზე) გეომეტრიების ზოგიერთი განმასხვავებელი ელემენტარული ნიშანი (მაგ., სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი, მოცემული წრფის გარეთ მდებარე წერტილზე მოცემული წრფის პარალელური წრფის გავლების შესაძლებლობა, მართკუთხედის არსებობა, საკერის ოთხკუთხედის ზედა კუთხეების კლასიფიკაცია).

მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა

1	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტებები
1	მონაცემთა წარმოდგენა	<p>ცხრილი, პიქტოგრამა.</p> <p>დიაგრამა: წერტილოვანი, ხაზოვანი, სვეტოვანი, წრიული, ფოთლებიანი ღეროების მსგავსი დიაგრამა, პისტოგრამა, პოლიგონი, ოგევა, დაგროვილ ფარდობით სიხშირეთა დიაგრამა.</p>
2	მონაცემთა მახასიათებლები.	<p>ცენტრალური ტენდენციის საზომები (საშუალო, მედიანა, მოდა); მონაცემთა გაფანტულობის საზომები (გაბნევის დიაპაზონი, საშუალო კვადრატული გადახრა).</p> <p>სიხშირეთა განაწილება; დაგროვილი სიხშირე; დაგროვილი ფარდობითი სიხშირე; მონაცემთა პოზიციის მახასიათებელი - რანგი.</p> <p>დაწყვილებული მონაცემები, გაფანტულობის დიაგრამა, კოვარიაცია, კორელაცია, კორელაციის კოეფიციენტი.</p> <p>უმცირეს კვადრატთა მეთოდი.</p>
3	ალბათობა.	<p>ელემენტარული ხდომილობათა სივრცე; ხდომილობა; ოპერაციები ხდომილობებზე; არათავსებადი ხდომილობები.</p> <p>ალბათობის კლასიკური განსაზღვრა. ალბათობის გამოთვლა კომბინატორიკის გამოყენებით ან ვარიანტების დათვლით.</p> <p>ხდომილობათა ჯამის ალბათობის გამოთვლა. პირობითი ალბათობა. ორი ხდომილობის ნამრავლის ალბათობა. დამოუკიდებელი ხდომილობები.</p> <p>სრული ალბათობის ფორმულა. ბაიესის ფორმულა.</p> <p>დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდე და მისი განაწილების ფუნქცია. დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდის რიცხვითი მახასიათებლები: მათემატიკური ლოდინი, დისპერსია.</p> <p>განმეორებითი ცდები. ბინომური განაწილება.</p> <p>გეომეტრიული ალბათობა.</p>

ზომის ერთეულები

1	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტებები
1	სიგრძის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	
2	ფართობის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	
3	მოცულობის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	
4	მასის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	
5	დროის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	
6	სიჩქარის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	

საგამოცდო ტესტი

ამოცანა 1

1 ქულა

რამდენი ნატურალური n რიცხვი აკმაყოფილებს უტოლობას $50 \leq \sqrt{n} \leq 51$?

ა) 2

ბ) 101

გ) 102

დ) 103

ამოცანა 2

1 ქულა

მოცემულია $y = \sqrt{x}$ ფუნქცია, სადაც $x > 0$. რამდენი პროცენტით გაიზრდება y -ის მნიშვნელობა, თუ x -ის მნიშვნელობას გავზრდით 21%-ით?

ა) $\sqrt{21}$ %-ით

ბ) 11%-ით

გ) 1,1%-ით

დ) 10%

ამოცანა 3

1 ქულა

ქვემოთ ჩამოთვლილი უტოლობებიდან რომელია ყოველთვის ჭეშმარიტი, თუ a და b დადებითი რიცხვებია?

ა) $\frac{a^2 + b^2}{ab} > 1$

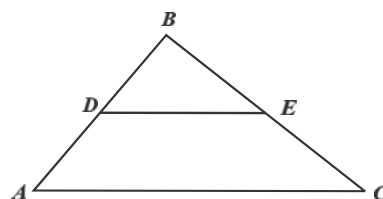
ბ) $\frac{a + b}{a - b} > 1$

გ) $\frac{a^2 + b^2}{a^2 + ab} > 1$

დ) $\frac{a^2 + b^2}{2ab} < 1$

ამოცანა 4**1 ქულა**

DE მონაკვეთი წარმოადგენს ABC სამკუთხედის შუახაზს (იხ. სურათი). იპოვეთ $ADEC$ ოთხკუთხედის ფართობი, თუ ცნობილია, რომ ABC სამკუთხედის ფართობი 12სმ^2 -ის ტოლია?

ა) 6სმ^2 ბ) 8სმ^2 გ) 9სმ^2 დ) $6\sqrt{2}\text{ სმ}^2$

ამოცანა 5**1 ქულა**

თუ a და b ნატურალური რიცხვების ჯამის ამავე რიცხვების სხვაობაზე გაყოფისას მიიღება 6 , მაშინ ქვემოთ ჩამოთვლილი წინადადებებიდან რომელი არის **აუცილებლად** ჭეშმარიტი?

ა) a და b რიცხვებიდან ერთი მაინც არის 6 -ის ჯერადი;ბ) a და b რიცხვებიდან ერთი მათგანი არის 5 -ის ჯერადი, ხოლო მეორე არის 7 -ის ჯერადი;გ) a და b რიცხვები არის 6 -ის ჯერადი;დ) $a = 7$ და $b = 5$.

ამოცანა 6**1 ქულა**

ამოხსენით უტოლობა $\frac{x^2 - 9}{x - 3} > 0$.

ა) $(-3; +\infty)$ ბ) $(3; +\infty)$ გ) $(-3; 3) \cup (3; +\infty)$ დ) $(-3; 3)$

ამოცანა 7**1 ქულა**რა ციფრით მთავრდება რიცხვი 2^{2014} ?

ა) 2

ბ) 4

გ) 6

დ) 8

ამოცანა 8**1 ქულა**იპოვეთ $-1; 5; x; 10; 9; 6$ მონაცემების მედიანა, თუ ცნობილია, რომ მათი საშუალო n -ის ტოლია.

ა) 6

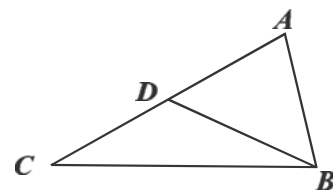
ბ) 6,5

გ) 7

დ) 7,5

ამოცანა 9**1 ქულა**

ABC სამკუთხედის AC გვერდზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ $AD = AB$. იპოვეთ CBD კუთხის გრადუსული ზომა, თუ ცნობილია, რომ $\angle CBA - \angle ACB = 30^\circ$.

ა) 10° ბ) 15° გ) 20° დ) 30°

ქვემოთ მოცემული ოთხი წინადადებიდან რომელია ყოველთვის ჭეშმარიტი?

- 1) თუ წრეწირში ჩახაზული მრავალკუთხედის ყველა კუთხე ტოლია, მაშინ მისი ყველა გვერდიც ტოლია.
- 2) თუ წრეწირში ჩახაზული მრავალკუთხედის ყველა გვერდი ტოლია, მაშინ მისი ყველა კუთხეც ტოლია.
- 3) თუ წრეწირზე შემოხაზული მრავალკუთხედის ყველა კუთხე ტოლია, მაშინ მისი ყველა გვერდიც ტოლია.
- 4) თუ წრეწირზე შემოხაზული მრავალკუთხედის ყველა გვერდი ტოლია, მაშინ მისი ყველა კუთხეც ტოლია.

- ა) 1) და 3).
- ბ) 2) და 4).
- გ) ყველა ჭეშმარიტია.
- დ) 2) და 3).

ყოველი x და y გამონათქვამისთვის ოპერაცია $x \# y$ განვსაზღვროთ შემდეგი ჭეშმარიტების ცხრილით (“ჭ” ნიშნავს “ჭეშმარიტია”, “მ” - “მცდარია”)

x	y	$x \# y$
მ	მ	მ
ჭ	მ	ჭ
მ	ჭ	ჭ
ჭ	ჭ	მ

ქვემოთ ჩამოთვლილი ტოლობებიდან რომელია ყოველთვის ჭეშმარიტი?

ამ ტოლობებში $\neg a$ აღნიშნავს a გამონათქვამის უარყოფას, $a \wedge b$ არის a და b გამონათქვამების კონიუნქცია (ლოგიკური “და”), ხოლო $a \vee b$ - ამ გამონათქვამების დიზიუნქცია (ლოგიკური “ან”)

- ა) $x \# y = (x \wedge y) \vee ((\neg x) \wedge (\neg y))$;
- ბ) $x \# y = (x \vee (\neg y)) \wedge ((\neg x) \vee y)$;
- გ) $x \# y = (x \wedge (\neg y)) \vee ((\neg x) \wedge y)$;
- დ) $x \# y = (x \wedge y) \wedge ((\neg x) \wedge (\neg y))$;

ამოცანა 12**1 ქულა**იპოვეთ $|3x-1| < 5$ უტოლობის ამონახსენთა სიმრავლე.

ა) $(-\infty; 2)$

ბ) $\left(-\frac{4}{3}; 2\right)$

გ) $\left(-\frac{4}{3}; +\infty\right)$

დ) $\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right) \cup (2; +\infty)$

ამოცანა 13**1 ქულა**

შეურიეს 6 ლიტრი 20% - იანი სპირტი და 2 ლიტრი - 40%-იანი სპირტი. რამდენ პროცენტია სპირტი მიიღეს?

ა) 25,5 %

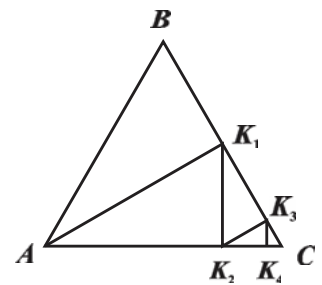
ბ) 28,5 %

გ) 30 %

დ) 25%

ამოცანა 14**1 ქულა**

წესიერი ABC სამკუთხედის A წერტილიდან გავლებულია AK_1 სიმაღლე, K_1 წერტილიდან გავლებულია AK_1C სამკუთხედის K_1K_2 სიმაღლე, K_2 წერტილიდან გავლებულია K_1K_2C სამკუთხედის K_2K_3 სიმაღლე და ა.შ. (იხ. სურათი). რისი ტოლია ამ პროცესის შედეგად მიღებული უსასრულო $AK_1K_2K_3K_4\dots$ ტეხილის სიგრძე, თუ ABC სამკუთხედის გვერდის სიგრძე a -ს ტოლია?



ა) $\frac{3a}{4}$

ბ) $a\sqrt{3}$

გ) $2a$

დ) $(1+\sqrt{3})a$

ამოცანა 15**1 ქულა**

რისი ტოლია ტოლფერდა ტრაპეციის ფართობი, თუ მასში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი ტოლია 1-ის, ხოლო ტრაპეციის მახვილი კუთხის სინუსი $\frac{1}{4}$ -ია.

ა) 16

ბ) 12

გ) 18

დ) 20

ამოცანა 16**1 ქულა**

9 სმ სიგრძის AB მონაკვეთზე შემთხვევით იღებენ M წერტილს. რა არის ალბათობა იმისა, რომ მიღებული AM და MB მონაკვეთებს შორის უდიდესის სიგრძე არ აღემატება 6 სმ-ს?

ა) $\frac{1}{2}$ ბ) $\frac{1}{3}$ გ) $\frac{2}{3}$

დ) 1

ამოცანა 17**1 ქულა** $\arcsin(\sin 280^\circ) =$ ა) -80° ბ) -40° გ) 80° დ) 280°

ამოცანა 18**1 ქულა**

41 სტუდენტი აბარებდა გამოცდას სამ საგანში. ქვემოთ ცხრილით წარმოდგენილია ჩაჭრილ სტუდენტთა რაოდენობები საგნების მიხედვით. (მაგალითად, ცხრილის მიხედვით პირველ საგანში ჩაიჭრა 12 სტუდენტი, 2 სტუდენტი ჩაიჭრა როგორც პირველ საგანში, ასევე მეორე საგანშიც).

რამდენმა სტუდენტმა ჩააბარა სამივე საგანი?

საგანი	I	II	III	I და II	I და III	II და III	I,II და III
ჩაჭრილ სტუდენტთა რაოდენობა	12	5	8	2	6	3	1

ა) 4

ბ) 15

გ) 16

დ) 26

ამოცანა 19**1 ქულა**

ABC სამკუთხედის AC გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $AM : MC = 2 : 3$.

იპოვეთ $x - y$, თუ $\overrightarrow{BM} = x \cdot \overrightarrow{BA} + y \cdot \overrightarrow{BC}$.

ა) $\frac{1}{5}$ ბ) $-\frac{1}{5}$ გ) $\frac{2}{5}$ დ) $\frac{3}{5}$

ამოცანა 20**1 ქულა**

Oxy მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაში ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეზე განსაზღვრული $y = f(x)$ ფუნქციის გრაფიკი კოორდინატთა სათავის მიმართ ცენტრულად სიმეტრიულია $y = g(x)$ ფუნქციის გრაფიკის. ქვემოთ ჩამოთვლილი ტოლობებიდან რომელია ყოველთვის ჭეშმარიტი?

ა) $g(x) = -f(x)$

ბ) $g(x) = f(-x)$

გ) $g(x) = f(x)$

დ) $g(x) = -f(-x)$

ამოცანა 21**1 ქულა**

ქვემოთ ჩამოთვლილი რიცხვებიდან რომელი შეიძლება იყოს $x^2 - (a^2 + 8)x + 2a^2 + 12 = 0$ განტოლების ფესვი a პარამეტრის რომელიმე მნიშვნელობისათვის?

ა) 1

ბ) 3

გ) 5

დ) 7

ამოცანა 22**1 ქულა**

რა ფიგურას წარმოადგენს საკოორდინატო სიბრტყეზე ყველა იმ (x, y) წერტილთა სიმრავლე, რომლებიც აკმაყოფილებენ $|y| = \sqrt{4 - x^2}$ ტოლობას?

ა) პარაბოლას

ბ) ჰიპერბოლას

გ) წრეწირს

დ) ორი წრფის გაერთიანებას

ამოცანა 23**1 ქულა**

საჭადრაკო ტურნირში მონაწილეობს $2n$ მოჭადრაკე. პირველი ტურის ჩასატარებლად ტურნირის ორგანიზატორებმა მოჭადრაკეები დაყვეს n წყვილად (წყვილში შემავალი ორი მოჭადრაკე ხვდება ერთმანეთს). ტურნირის ორგანიზატორებს რამდენი განსხვავებული გზით შეეძლოთ პირველი ტურის ჩატარება?

ა) $n!$

ბ) $\frac{(2n)!}{n!}$

გ) $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)$

დ) C_{2n}^2

ამოცანა 24**1 ქულა**

$x = a + bi$ კომპლექსური რიცხვი არის $x^2 = i$ განტოლების ამონახსნი. იპოვეთ $|a|$, თუ $a, b \in \mathbb{R}$.

ა) $\frac{1}{4}$

ბ) $\frac{1}{2}$

გ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

დ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ქვემოთ ჩამოთვლილი გამონათქვამებიდან რომელი გამონათქვამია ჭეშმარიტი ყოველი f და g ფუნქციებისთვის?

I) თუ f და g ზრდადი ფუნქციებია $[a, b]$ შუალედზე, მაშინ ფუნქცია $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ ზრდადია $[a, b]$ შუალედზე;

II) თუ f და g კლებადი ფუნქციებია $[a, b]$ შუალედზე, მაშინ ფუნქცია $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ კლებადია $[a, b]$ შუალედზე;

III) თუ f და g კლებადი ფუნქციებია $[a, b]$ შუალედზე, მაშინ ფუნქცია $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ ზრდადია $[a, b]$ შუალედზე.

- ა) მხოლოდ I და II ბ) სამივე გ) მხოლოდ III დ) არცერთი

ABC ტოლფერდა სამკუთხედის CE ბისექტრისა მართობულია AD მედიანის. რისი ტოლია ABC სამკუთხედის ფართობი თუ $AC=4$ და $AB=BC$?

- ა) 12 ბ) $6\frac{2}{3}$ გ) $6\sqrt{6}$ დ) $4\sqrt{15}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{x^2} =$$

ა) -2

ბ) -1

გ) $-0,5$

დ) 0

Oxy მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაში მოცემულია $A\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ წერტილი. იპოვეთ l წრფის განტოლება, თუ ცნობილია, რომ $g(f(A)) = A$, სადაც f არის სიმეტრია O ცენტრის მიმართ, ხოლო g კი არის სიმეტრია l ღერძის მიმართ.

ა) $y = -\sqrt{3}x$

ბ) $y = -x$

გ) $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$

დ) $y = 0$

ამოცანა 29**1 ქულა**

იპოვეთ a , თუ ცნობილია, რომ $f(x) = \sin 3x + a \cos 3x$ ფუნქციის უდიდესი მნიშვნელობა 3-ის ტოლია და $a > 0$.

ა) $2\sqrt{2}$

ბ) $-2\sqrt{2}$

გ) 2

დ) $\sqrt{2}$

ამოცანა 30**1 ქულა**

თუ წრფე კვეთს აბსცისათა ღერძს წერტილში $(5; 0)$ და ეხება $y = f(x)$ ფუნქციის გრაფიკს წერტილში, რომლის აბსცისაა 3, მაშინ $\frac{f'(3)}{f(3)} =$

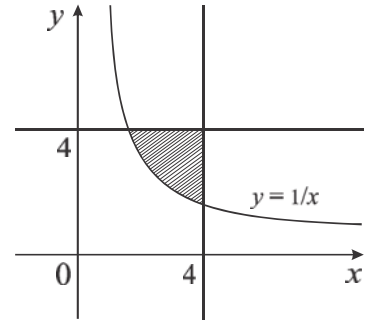
ა) -2

ბ) -0,5

გ) $-\frac{5}{3}$

დ) 0,6

გამოთვალეთ საკოორდინატო სიბრტყეზე $x = 4$, $y = 4$ წრფეებითა და $y = \frac{1}{x}$ წირით შემოსაზღვრული დამტრახული ფიგურის ფართობი (იხ. სურათი).



ა) $15 - 4 \ln 2$

ბ) $16 - 2 \ln 4$

გ) $4 \ln 2$

დ) $2 \ln 2$

კონუსის მსახველი ფუძის რადიუსზე 2-ჯერ დიდია. იპოვეთ კონუსის მოცულობა, თუ მისი სრული ზედაპირის ფართობია 9π .

ა) 3π

ბ) $\pi\sqrt{3}$

გ) 9π

დ) $3\sqrt{3}\pi$

$ABCD$ ტრაპეციის ფუძეებია $BC=a$ და $AD=b$ ($b > a$). O წერტილი წარმოადგენს ტრაპეციის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილს. B' და C' შესაბამისად B და C წერტილების სიმეტრიულია O ცენტრის მიმართ. იპოვეთ $AC'B'D$ ოთხკუთხედის ფართობის შეფარდება $ABCD$ ტრაპეციის ფართობთან.

ამოხსნა წარმოადგინეთ ნათლად, მოსწავლისთვის გასაგებ ენაზე.

თემის - „ირაციონალური უტოლობები“ გავლის დროს კლასში მიცემული იყო შემდეგი დავალება:

„ამოხსენით უტოლობა $\sqrt{3x^2 - 2x - 5} > x - 1$ “.

ერთ-ერთმა მოსწავლემ წარმოადგინა ამ უტოლობის შემდეგი ამოხსნა:

$$\sqrt{3x^2 - 2x - 5} > x - 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 5 > x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 > 6 \Leftrightarrow x^2 > 3 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty).$$

პასუხი: $x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.

თქვენი დავალებაა:

1) გაახსენოთ მოსწავლეს $\sqrt{f(x)} > g(x)$ უტოლობის ამოხსნის ზოგადი სქემა და მიუთითოთ სად და რა შეცდომა/შეცდომები დაუშვა მოსწავლემ ამოხსნაში. **(3 ქულა)**

2) გაასწოროთ შეცდომები მოსწავლის მიერ წარმოდგენილ ამოხსნაში და წარმოადგინოთ ამ ამოხსნის სრულყოფილი ვარიანტი.

ამოხსნა წარმოადგინეთ ნათლად, მოსწავლისთვის გასაგებ ენაზე.

(4 ქულა)

კლასში თემის „ორწახნაგა კუთხე“ გავლის შემდეგ გსურთ მოსწავლეებს გაურჩიოთ ამოცანა:

„წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდი 4–ის ტოლია, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობი არის $16\sqrt{2}$. იპოვეთ კუთხე ორ მოსაზღვრე გვერდით წახნაგს შორის“.

თქვენი დავალებაა:

- 1) შეახსენოთ მოსწავლეებს ორწახნაგა კუთხის (როგორც გეომეტრიული ფიგურის) და მისი ხაზოვანი კუთხის ცნებები; **(2 ქულა)**
- 2) ააგოთ სამეზნი ხაზოვანი კუთხე. მსჯელობა აწარმოოთ მოსწავლეებისათვის გასაგებ ენაზე. **(2 ქულა)**
- 3) გამოთვალოთ სამეზნი ხაზოვანი კუთხის სიდიდე. **(4 ქულა)**

თქვენი მიზანია გაკვეთილზე განიხილოთ თემა “ $y = ax^2 + bx + c$ ფუნქციის გრაფიკი” ($a \neq 0$). შეასრულეთ შემდეგი დავალებები:

1) მოსწავლეებისათვის გასაგებად ახსენით, როგორ მიიღება $y = x^2$ ფუნქციის გრაფიკიდან $y = ax^2 + bx + c$ ფუნქციის გრაფიკი შესაბამისი გარდაქმნების გამოყენებით. დაადგინეთ $y = ax^2 + bx + c$ ფუნქციის გრაფიკის წვეროს კოორდინატები. (5 ქულა)

2) თემის განხილვისას მოსწავლემ დასვა შემდეგი კითხვა: ვთქვათ A , B და C წერტილები მდებარეობს $y = ax^2 + bx + c$ ფუნქციის გრაფიკზე. არსებობს თუ არა განსხვავებული $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ ფუნქცია, რომლის გრაფიკი აღნიშნულ სამ წერტილზე გადის? გაეცით დასაბუთებული პასუხი მოსწავლის კითხვას. (3 ქულა)

მათემატიკაში პედაგოგთა სასერტიფიკაციო გამოცდის ტესტის პასუხები

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
ბ	დ	ა	ბ	ბ	გ	ბ	ბ	ბ	დ	გ	ბ	დ	ბ	ა	ბ

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
ა	დ	ა	დ	დ	გ	გ	გ	დ	დ	ა	გ	ა	ბ	ა	ა

ამოცანა 33

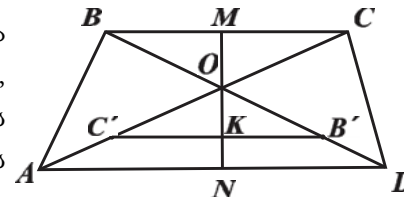
4 ქულა

$ABCD$ ტრაპეციის ფუძეებია $BC=a$ და $AD=b$ ($b > a$). O წერტილი წარმოადგენს ტრაპეციის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილს. B' და C' შესაბამისად B და C წერტილების სიმეტრიულია O ცენტრის მიმართ. იპოვეთ $AC'B'D$ ოთხკუთხედის ფართობის შეფარდება $ABCD$ ტრაპეციის ფართობთან.

ამოხსნა წარმოადგინეთ ნათლად, მოსწავლისთვის გასაგებ ენაზე.

პასუხის ერთ-ერთი ვარიანტი, რომელიც მაქსიმალური ქულით შეფასდება:

რადგან B და B' წერტილები ერთმანეთის სიმეტრიულია ტრაპეციის დიაგონალების გადაკვეთის O წერტილის მიმართ, ამიტომ $BO = B'O$. ანალოგიურად $CO = C'O$. სამკუთხედების ტოლობის ნიშნის თანახმად (ორი გვერდის და მათ შორის მდებარე კუთხის მიხედვით) $\triangle BOC = \triangle B'OC'$.



მაშასადამე $C'B' \parallel BC$ და $C'B' = BC = a$, ე.ი. $AC'B'D$ ტრაპეციაა. თუ O წერტილზე გავავლებთ ტრაპეციის MN სიმაღლეს, მაშინ $OM = OK$ (როგორც ტოლი სამკუთხედების შესაბამის გვერდებზე დაშვებული სიმაღლეები). BOC სამკუთხედი მსგავსია DOA სამკუთხედის (სამი კუთხის მიხედვით), ამიტომ

$$\frac{ON}{OM} = \frac{AD}{BC} = \frac{b}{a}.$$

$$\frac{NK}{MN} = \frac{ON - OK}{OM + ON} = \frac{\frac{b}{a} \cdot OM - OM}{OM + \frac{b}{a} \cdot OM} = \frac{\left(\frac{b}{a} - 1\right) \cdot OM}{\left(\frac{b}{a} + 1\right) \cdot OM} = \frac{b - a}{b + a}.$$

$$\frac{S_{AC'B'D}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{AD + C'B'}{2} \cdot NK}{\frac{AD + BC}{2} \cdot MN} = \frac{\frac{a + b}{2} \cdot NK}{\frac{a + b}{2} \cdot MN} = \frac{NK}{MN} = \frac{b - a}{b + a}.$$

პასუხი: $\frac{b - a}{b + a}$

თემის - „ირაციონალური უტოლობები“ გავლის დროს კლასში მიცემული იყო შემდეგი დავალება:

„ ამოხსენით უტოლობა $\sqrt{3x^2 - 2x - 5} > x - 1$ “.

ერთ-ერთმა მოსწავლემ წარმოადგინა ამ უტოლობის შემდეგი ამოხსნა:

$$\sqrt{3x^2 - 2x - 5} > x - 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 5 > x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 > 6 \Leftrightarrow x^2 > 3 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$$

პასუხი: $x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.

თქვენი დავალებაა:

3) გაახსენოთ მოსწავლეს $\sqrt{f(x)} > g(x)$ უტოლობის ამოხსნის ზოგადი სქემა და მიუთითოთ სად და რა შეცდომა/შეცდომები დაუშვა მოსწავლემ ამოხსნაში. **(3 ქულა)**

4) გაასწოროთ შეცდომები მოსწავლის მიერ წარმოდგენილ ამოხსნაში და წარმოადგინოთ ამ ამოხსნის სრულყოფილი ვარიანტი.

ამოხსნა წარმოადგინეთ ნათლად, მოსწავლისთვის გასაგებ ენაზე.

(4 ქულა)

პასუხის ერთ-ერთი ვარიანტი, რომელიც მაქსიმალური ქულით შეფასდება:

34.1 $\sqrt{f(x)} > g(x)$ უტოლობის ტოლფასია შემდეგი გაერთიანების:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \\ f(x) > [g(x)]^2 \end{cases}$$

მოსწავლემ დაუშვა შემდეგი შეცდომები:

1) მან არ იზრუნა იმაზე, რომ კვადრატული ფესვის შემცველი გამოსახულება ყოფილიყო განსაზღვრული;

2) მან $a > b$ სახის უტოლობა ჩათვალა $a^2 > b^2$ სახის უტოლობის ტოლფასად.

34.2

$$\sqrt{3x^2 - 2x - 5} > x - 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2x - 5 \geq 0 \\ x - 1 < 0 \\ x - 1 \geq 0 \\ 3x^2 - 2x - 5 > x^2 - 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{5}{3}; +\infty\right) \\ x < 1 \\ x \geq 1 \\ x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x > \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup (\sqrt{3}; +\infty).$$

პასუხი: $x \in (-\infty; -1] \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.

კლასში თემის „ორწახნაგა კუთხე“ გავლის შემდეგ გსურთ მოსწავლეებს გაურჩიოთ ამოცანა:

„წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდი 4–ის ტოლია, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობი არის $16\sqrt{2}$. იპოვეთ კუთხე ორ მოსაზღვრე გვერდით წახნაგს შორის“.

თქვენი დავალებაა:

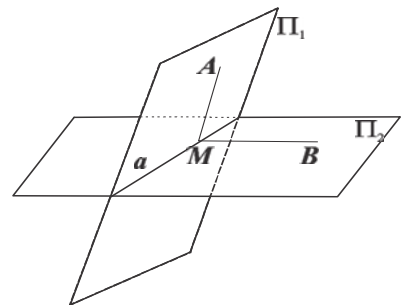
1) შეახსენოთ მოსწავლეებს ორწახნაგა კუთხის (როგორც გეომეტრიული ფიგურის) და მისი ხაზოვანი კუთხის ცნებები; (2 ქულა)

2) ააგოთ საძებნი ხაზოვანი კუთხე. მსჯელობა აწარმოოთ მოსწავლეებისათვის გასაგებ ენაზე. (2 ქულა)

3) გამოთვალოთ საძებნი ხაზოვანი კუთხის სიდიდე. (4 ქულა)

პასუხის ერთ-ერთი ვარიანტი, რომელიც მაქსიმალური ქულით შეფასდება:

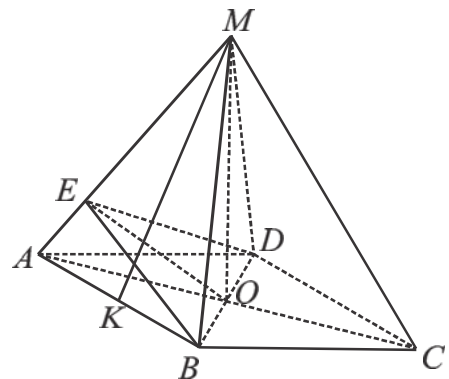
35.1 გავიხსენოთ, რომ სივრცეში ორი განსხვავებული და ერთმანეთის არაპარალელური სიბრტყე სივრცეს ყოფს ოთხ ნაწილად, რომელთაგან თითოეულს შემომსაზღვრელ ნახევარსიბრტყეებთან ერთად ორწახნაგა კუთხე ეწოდება (იხ. სურათი). ორწახნაგა კუთხის შემომსაზღვრელ ნახევარსიბრტყეებს ორწახნაგა კუთხის წახნაგები ეწოდება, ხოლო გადაკვეთის წრფეს კი - ორწახნაგა კუთხის წიბო (სურათზე a წრფე).



ორწახნაგა კუთხის a წიბოზე ნებისმიერად აღებული M წერტილიდან, ორწახნაგა კუთხის წახნაგებში გავავლოთ წიბოს მართობული სხივები MA და MB . AMB ბრტყელ კუთხეს ეწოდება ორწახნაგა კუთხის ხაზოვანი კუთხე, ხოლო მის სიდიდეს კი - ორწახნაგა კუთხის სიდიდე.

35.2

პირამიდის ფუძის B და D წერტილებიდან დავუშვათ მართობები AM გვერდით წიბოზე. ვინაიდან პირამიდის გვერდითი წახნაგები ტოლი ტოლფერდა სამკუთხედებია, ამიტომ ამ მართობების ფუძეები იქნება ერთი და იგივე E წერტილი, მაშასადამე $\angle BED$ იქნება AMB და AMD მოსაზღვრე გვერდითი წახნაგებით შექმნილი ორწახნაგა კუთხის ხაზოვანი კუთხე.



5.3

გავავლოთ MK აპოთემა. მაშინ

$$MK = \frac{2S_{MAB}}{AB} = \frac{2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 16\sqrt{2}}{4} = 2\sqrt{2}. \quad MA = \sqrt{AK^2 + MK^2} = \sqrt{4+8} = 2\sqrt{3}.$$

AMB სამკუთხედიდან გამომდინარეობს, რომ

$$S_{AMB} = \frac{AM \cdot EB}{2} = \frac{AB \cdot MK}{2} \Rightarrow EB = \frac{AB \cdot MK}{AM} = 4\sqrt{\frac{2}{3}}$$

სხ

$$EB = \frac{2S_{MAB}}{AM} = \frac{2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 16\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = 4\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

EBD სამკუთხედი ტოლფერდაა BD ფუძით, ამიტომ EOB იქნება მართკუთხა სამკუთხედი EOB მართი კუთხით, შესაბამისად გვექნება

$$\sin \angle BEO = \frac{BO}{BE} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle BEO = 60^\circ \Rightarrow \angle BED = 120^\circ.$$

პასუხი: 120° .

თქვენი მიზანია გაკვეთილზე განიხილოთ თემა “ $y = ax^2 + bx + c$ ფუნქციის გრაფიკი” ($a \neq 0$). შეასრულეთ შემდეგი დავალებები:

1) მოსწავლეებისათვის გასაგებად ახსენით, როგორ მიიღება $y = x^2$ ფუნქციის გრაფიკიდან $y = ax^2 + bx + c$ ფუნქციის გრაფიკი შესაბამისი გარდაქმნების გამოყენებით. დაადგინეთ $y = ax^2 + bx + c$ ფუნქციის გრაფიკის წვეროს კოორდინატები. **(5 ქულა)**

2) თემის განხილვისას მოსწავლემ დასვა შემდეგი კითხვა: ვთქვათ A , B და C წერტილები მდებარეობს $y = ax^2 + bx + c$ ფუნქციის გრაფიკზე. არსებობს თუ არა განსხვავებული $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ ფუნქცია, რომლის გრაფიკი აღნიშნულ სამ წერტილზე გადის? გაცეით დასაბუთებული პასუხი მოსწავლის კითხვას. **(3 ქულა)**

პასუხის ერთ-ერთი ვარიანტი, რომელიც მაქსიმალური ქულით შეფასდება:

36.1 $y = x^2$ ფუნქციის გრაფიკი წარმოადგენს პარაბოლას, რომლის წვერო მოთავსებულია კოორდინატთა სათავეში.

წარმოვადგინოთ $y = ax^2 + bx + c$ ფუნქცია შემდეგი სახით:

$$y = ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + 2 \frac{b}{2a} x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right) + \left(c - \frac{b^2}{4a} \right) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}. \quad (1)$$

ამ ტოლობიდან ჩანს, რომ $y = ax^2 + bx + c$ ფუნქცია მიიღება $y = x^2$ ფუნქციიდან შემდეგი გარდაქმნების მიმდევრობითი გამოყენებით:

ა) x ცვლადისთვის $\frac{b}{2a}$ სიდიდის დამატებით, რის შედეგადაც $y = x^2$ ფუნქციიდან მიიღება

$$y = \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \text{ ფუნქცია. ამ დროს } y = x^2 \text{ ფუნქციის გრაფიკი გადაადგილდება აბსცისათა ღერძის}$$

გასწვრივ $-\frac{b}{2a}$ ერთეულით, წვეროს კოორდინატები გახდება $\left(-\frac{b}{2a}, 0 \right)$.

ბ) $y = \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2$ ფუნქციის მნიშვნელობების გამრავლებით a სიდიდეზე, რის შედეგადაც მიიღება

$$y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \text{ ფუნქცია. თუ } a > 0 \text{ ამ დროს } y = \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \text{ ფუნქციის გრაფიკი } a\text{-ჯერ}$$

“გაიჭიმება” (ან “შეიკუმშება”, თუ $|a| < 1$) ორდინატთა ღერძის გასწვრივ. თუ $a < 0$, მაშინ

$$y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \text{ ფუნქციის გრაფიკი მიიღება } y = \left| a \right| \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \text{ ფუნქციის გრაფიკიდან სიმეტრიით}$$

აბსცისათა ღერძის მიმართ. $y = x^2$ პარაბოლას წვეროს $\left(-\frac{b}{2a}, 0 \right)$ კოორდინატები ამ გარდაქმნისას

არ შეიცვლება,

გ) მიღებული ფუნქციისთვის $\frac{4ac-b^2}{4a}$ სიდიდის დამატებით, რის შედეგადაც $y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$

ფუნქციიდან მიიღება $y = ax^2 + bx + c$ ფუნქცია. $y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ ფუნქციის გრაფიკი ამ გარდაქმნის

შედეგად გადაადგილდება ორდინატთა ღერძის გასწვრივ $\frac{4ac-b^2}{4a}$ ერთეულით. წვეროს

კოორდინატები გახდება $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$.

36.2 ვთქვათ $y = ax^2 + bx + c$ და $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ ფუნქციების გრაფიკები გადის სამ $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ და $C(x_3, y_3)$ წერტილზე. რადგან ეს წერტილები $y = ax^2 + bx + c$ ფუნქციის გრაფიკს ეკუთვნის, ამიტომ მათ არ შეიძლება ტოლი აბსცისები ჰქონდეთ, ე.ი. x_1 , x_2 და x_3 ერთმანეთისაგან განსხვავებული რიცხვებია, მაშინ განტოლებას $ax^2 + bx + c = a_1x^2 + b_1x + c_1$ და მის ტოლფას განტოლებას $(a - a_1)x^2 + (b - b_1)x + (c - c_1) = 0$ გააჩნია სამი განსხვავებული ფესვი, x_1 , x_2 და x_3 . თუ $a \neq a_1$, მაშინ ეს უკანასკნელი განტოლება კვადრატული განტოლებაა და მას ორ განსხვავებული ფესვზე მეტი ვერ ექნება. ამიტომ $a = a_1$ და ამ განტოლებას აქვს სახე $(b - b_1)x + (c - c_1) = 0$. მივიღეთ $Px + Q = 0$ ტიპის განტოლება. იმისთვის, რომ ამ განტოლებას ჰქონდეს ერთზე მეტი ფესვი აუცილებელია შესრულდეს პირობები $P = Q = 0$, ანუ, $b = b_1$ და $c = c_1$. ამრიგად $a = a_1$, $b = b_1$, $c = c_1$ რაც ნიშნავს, რომ $y = ax^2 + bx + c$ და $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ ფუნქციები ერთმანეთს ემთხვევიან.

პასუხი. ასეთი ფუნქცია არ არსებობს.