

შეფასების სქემა

მათემატიკა - დამატებითი სესია

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“ -ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ა	ბ	ბ	ბ	ა	ბ	ბ	ღ	ღ	ბ	ღ	ღ	ა	ბ	ა

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
ა	ბ	ბ	ბ	ა	ა	ა	ა	ბ	ბ	ბ	ღ	ბ	ბ	ბ

31	32	33	34	35	36	37
ბ	ბ	ღ	ღ	ბ	ღ	ღ

(3) 38.

m პარამეტრის რა მნიშვნელობებისათვის აქვს $x^2 + x + 1 - 3m = 0$ კვადრატულ განტოლებას ორი განსხვავებული ამონახსნი, რომელთა შორის მანძილი რიცხვით ღერძზე ნაკლებია 1-ზე?

ამოხსნა

განტოლებას ორი ამონახსნი აქვს, მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც $D = 1 - 4(1 - 3m) > 0$, ანუ $m > \frac{1}{4}$. თუ $m > \frac{1}{4}$, მაშინ განტოლებას აქვს ფესვები: $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{D}}{2}$, $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{D}}{2}$. განტოლების ფესვებს შორის მანძილი არის $|x_1 - x_2| = \sqrt{1 - 4(1 - 3m)}$. ვწერთ უტოლობას $\sqrt{1 - 4(1 - 3m)} < 1$, რომლის ორივე მხარის კვადრატში აყვანით ვღებულობთ: $12m - 3 < 1$, ანუ $m < \frac{1}{3}$. ე.ი. $m \in \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$.

პასუხი: $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$

ამოხსნის ეტაპები

ა) ამოხსნა უტოლობა $D > 0$ ($m > \frac{1}{4}$);

ბ) დაწერა ტოლობა $|x_1 - x_2| = \sqrt{1 - 4(1 - 3m)}$;

გ) შეადგინა უტოლობა $\sqrt{1 - 4(1 - 3m)} < 1$;

დ) მიიღო უტოლობა $m < \frac{1}{3}$;

ე) პასუხი.

შეფასების სქემა

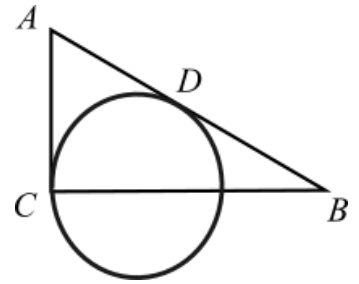
1 ქულა - ა; ან ბ; ან გ.

2 ქულა - ა, გ; ან გ, დ.

3 ქულა - ა, გ, დ, ე.

(3) 39.

წრეწირი, რომლის ცენტრი მდებარეობს ABC მართკუთხა სამკუთხედის BC კათეტზე გადის ACB მართი კუთხის წვეროზე და AB ჰიპოტენუზას ეხება შუა D წერტილში (იხ. სურათი). იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსი r -ის ტოლია.



ამოხსნა

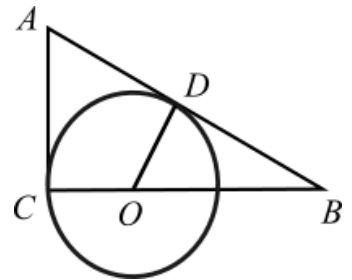
ვთქვათ $AC = x$, რადგან AC და AD წრეწირის მხეებია, ამიტომ $AC = AD = DB = x$, მაშასადამე $\angle ABC = 30^\circ$.

$$\text{ამიტომ } x = DB = \frac{OD}{\tan 30^\circ} = r\sqrt{3},$$

$$CB = CO + OB = OD + OB = r + \frac{r}{\sin 30^\circ} = 3r,$$

$$S_{ABC} = \frac{AC \cdot CB}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} r^2.$$

$$\text{პასუხი: } S_{ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{2} r^2.$$



ამოხსნის ეტაპები

ა) გამოთვალა შეფარდება $\frac{AB}{AC} = 2$;

ბ) რადიუსის საშუალებით გამოთვალა AC ან BC (დაწერა $AC = r\sqrt{3}$, ან $BC = 3r$).

გ) მიიღო პასუხი: $S_{ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{2} r^2$.

შეფასების სქემა

1 ქულა: ა.

2 ქულა: ბ.

3 ქულა: ბ, გ.

(4) 40.

მომხმარებელმა ბანკში ერთი წლით 1000 ლარი შეიტანა. ხელშეკრულების თანახმად ბანკი ვალდებული იყო შეტანილ თანხაზე ერთი წლის შემდეგ თანხის გარკვეული პროცენტი დაემატებინა. ერთი წლის შემდეგ მომხმარებელმა გამოიტანა მთლიანი (გაზრდილი) თანხა, 200 ლარი სახარჯოდ დაიტოვა, დანარჩენი კი იმავე პირობებით ხელახლა შეიტანა ბანკში. კიდევ ერთი წლის შემდეგ მომხმარებლის ანგარიშზე არსებულმა თანხამ საპროცენტო სარგებლის დამატების შედეგად 990 ლარი შეადგინა. იპოვეთ, შეტანილი თანხის რამდენ პროცენტს ამატებდა ბანკი შეტანილ თანხას ყოველწლიურად.

ამოხსნა

ვთქვათ შეტანილ თანხას ბანკი ყოველი წლის შემდეგ p პროცენტს არიცხავს, მაშინ თუ მომხმარებელმა ბანკში 1000 ლარი შეიტანა, ერთი წლის შემდეგ ბანკი მას $1000(1+0,01p)=1000+10p$ ლარს დაუბრუნებს. მეორე წლის დასაწყისში მომხმარებელმა $1000+10p-200=800+10p$ ლარი შეიტანა ხოლო წლის ბოლოს ბანკმა $(800+10p)(1+0,01p)=0,1p^2+18p+800$ ლარი დაუბრუნა. მივიღეთ განტოლება $0,1p^2+18p+800=990$. აქედან $p_1=10$, $p_2=-190$. ფესვი $p_2=-190$ არ შეესაბამება ამოცანის პირობებს, ამიტომ $p=10$.

პასუხი: 10%.

ამოხსნის ეტაპები

ა) გამოთვალა პირველ წელს მომხმარებლის შეტანილ თანხაზე დარიცხული პროცენტი ლარებში ($10p$) ან ერთი წლის შემდეგ მომხმარებლის ანგარიშზე არსებული თანხა ($1000+10p$);

ბ) გამოთვალა მეორე წელს მომხმარებლის შეტანილ თანხაზე დარიცხული პროცენტი ლარებში $((800+10p) \cdot 0,01p)$ ან მეორე წლის ბოლოს მომხმარებლის ანგარიშზე არსებული თანხა ($0,1p^2+18p+800$);

გ) შეადგინა განტოლება ($0,1p^2+18p+800=990$);

დ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა: ა.

2 ქულა: ბ.

3 ქულა: ბ, გ.

4 ქულა: გ, დ.

შენიშვნა. იმ შემთხვევაში, თუ აბიტურიენტმა გამოიცნო პასუხი და შეამოწმა, რომ ის აკმაყოფილებს ამოცანის პირობებს, იწერება 1 ქულა.

(4) 41.

იპოვეთ p პარამეტრის ყველა იმ მნიშვნელობათა სიმრავლე, რომელთათვისაც არსებობს მართკუთხედი, რომლის პერიმეტრია p მეტრი, ხოლო ფართობია p მ².

ამოხსნა

თუ ასეთი მართკუთხედის სიგრძეა x მ, ხოლო სიგანე y მ, მაშინ $x + y = \frac{p}{2}$, $y = \frac{p}{2} - x$, ხოლო ფართობი $S = x \cdot y = x \left(\frac{p}{2} - x \right)$ მ². ამოცანის პირობის თანახმად $x \left(\frac{p}{2} - x \right) = p$.

$px - 2x^2 = 2p$, $2x^2 - px + 2p = 0$. ამ კვადრატულ განტოლებას ამონახსნი გააჩნია, თუ $D = p^2 - 16p \geq 0$, ანუ, $p \geq 16$.

პასუხი: $p \in [16, \infty)$.

ამოხსნის ეტაპები

ა) გამოსახა მართკუთხედის ერთ-ერთი განზომილება (სიგრძე x ან სიგანე y) პერიმეტრისა და მეორე განზომილების საშუალებით, მაგალითად, დაწერა $y = \left(\frac{p}{2} - x \right)$ მ;

ბ) გამოთვალა მართკუთხედის ფართობი S ერთ-ერთი განზომილებისა და პერიმეტრის საშუალებით, მაგალითად: $S = x \cdot y = x \left(\frac{p}{2} - x \right)$ მ²;

გ) დაწერა კვადრატული განტოლება უცნობი განზომილების მიმართ: $2x^2 - px + 2p = 0$;

დ) დაადგინა p -ს იმ მნიშვნელობათა სიმრავლე, რომლისთვისაც ამ განტოლებას ამონახსნი გააჩნია: $p \in [4, \infty)$.

შეფასების სქემა

1 ქულა: ა.

2 ქულა: ა,ბ.

3 ქულა: ა,ბ,გ;

4 ქულა: ა,ბ,გ,დ.