

შეფასების სქემა
მათემატიკა - I ვარიანტი

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“ -ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ღ	ბ	ბ	ღ	ღ	ღ	ა	ბ	ღ	ბ	ა	ბ	ბ	ბ	ბ

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
ბ	ბ	ღ	ა	ღ	ბ	ბ	ბ	ბ	ბ	ღ	ღ	ა	ბ	ა

31	32	33	34	35	36	37
ბ	ა	ბ	ა	ა	ა	ბ

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“ -ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

(3) 38. Oxy საკოორდინატო სისტემაში $y = \log_9 x$ და $y = kx + b$ ფუნქციების გრაფიკები იკვეთება ორ წერტილში, რომელთა ორდინატებია $\frac{1}{2}$ და $\frac{3}{2}$. რას უდრის $k + b$?

ამოხსნა

ვთქვათ $y = \log_9 x$ და $y = kx + b$ ფუნქციების გრაფიკები იკვეთება $\left(x_1; \frac{1}{2}\right)$ და $\left(x_2; \frac{3}{2}\right)$

წერტილებში. მაშინ $\frac{1}{2} = \log_9 x_1$ და $\frac{3}{2} = \log_9 x_2$, საიდანაც $x_1 = 9^{\frac{1}{2}} = 3$ და $x_2 = 9^{\frac{3}{2}} = 27$. რადგან $\left(x_1; \frac{1}{2}\right)$

და $\left(x_2; \frac{3}{2}\right)$ წერტილები მდებარეობენ $y = kx + b$ ფუნქციის გრაფიკზე, გვექნება

$$\begin{cases} 3k + b = \frac{1}{2} \\ 27k + b = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24k = 1 \\ 3k + b = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{24} \\ b = \frac{3}{8} \end{cases} \Rightarrow k + b = \frac{5}{12}.$$

(k პარამეტრის პოვნა შეიძლება სისტემის შედგენის გარეშე: $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}}{27 - 3} = \frac{1}{24}$. შემდეგ

ვიპოვიტ b პარამეტრს $\frac{3}{24} + b = \frac{1}{2}$ ტოლობიდან).

პასუხი: $\frac{5}{12}$.

ამოხსნის ეტაპები

ა) გამოთვალა $x_1 = 3$ ან $x_2 = 27$;

ბ) შეადგინა სისტემა $\begin{cases} 3k + b = \frac{1}{2} \\ 27k + b = \frac{3}{2} \end{cases}$;

ან იპოვა k პარამეტრი;

გ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა.

2 ქულა - ბ.

3 ქულა - ბ, გ.

შენიშვნა: თუ ამოცანის პირობაში მოცემული გადაკვეთის წერტილების ორდინატები ჩათვალა აბსცისებად და ამ პირობით სრულად ამოხსნა ამოცანა, ნაშრომი შეფასდეს 1 ქულით.

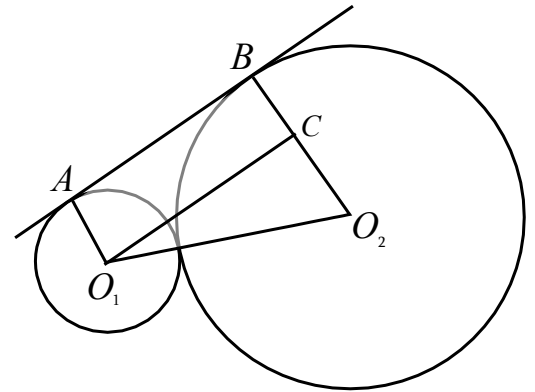
შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“ -ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

(3) 39.

O_1 და O_2 ცენტრების მქონე ორი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს. ამ წრეწირების საერთო გარე მხეზე O_1 ცენტრის მქონე მცირე წრეწირს ეხება A წერტილში, ხოლო O_2 ცენტრის მქონე დიდ წრეწირს - B წერტილში. იპოვეთ O_1ABO_2 ოთხკუთხედის ფართობი, თუ მცირე წრეწირის რადიუსი 2 სმ-ის ტოლია, ხოლო დიდი წრეწირის რადიუსი 5 სმ-ის.

ამოხსნა

O_1ABO_2 ოთხკუთხედში $O_1A \perp AB$, $O_2B \perp AB$, მაშინ $O_1A \parallel O_2B$ ე.ი. O_1ABO_2 ოთხკუთხედი არის მართკუთხა ტრაპეცია. O_1 წერტილიდან O_2B რადიუსზე დავუშვათ O_1C სიმაღლე. მივიღებთ O_1CO_2 მართკუთხა სამკუთხედს, სადაც $O_1O_2 = 7$ სმ, $O_2C = 5 - 2 = 3$ სმ. პითაგორას თეორემით $O_1C = \sqrt{O_1O_2^2 - CO_2^2} = 2\sqrt{10}$ სმ. გვექნება $S_{O_1ABO_2} = \frac{O_1A + O_2B}{2} \cdot O_1C = 7\sqrt{10}$ სმ².



პასუხი: $7\sqrt{10}$ სმ².

ამოხსნის ეტაპები

- ა) იპოვა O_2C ან O_1O_2 მონაკვეთის სიგრძე;
ან დაადგინა, რომ O_1ABO_2 მართკუთხა ტრაპეციაა;
- ბ) იპოვა O_1ABO_2 ტრაპეციის სიმაღლე ($O_1C = 2\sqrt{10}$ სმ);
- გ) პასუხი.

შეფასების სქემა

- 1 ქულა - ა.
- 2 ქულა - ბ.
- 3 ქულა - ბ, გ.

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“ -ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

(4) 40.

კურსზე ბიჭებისა და გოგონების რაოდენობების გამომსახველ წრიულ დიაგრამაზე გოგონების შესაბამისი სექტორის ცენტრალური კუთხის სიდიდე 30° -ით აღემატება ბიჭების შესაბამისი სექტორის ცენტრალური კუთხის სიდიდეს. სულ რამდენი გოგონა და რამდენი ბიჭი სწავლობს ამ კურსზე, თუ მათი ჯამური რაოდენობა 75-ზე მეტი ორნიშნა რიცხვით გამოისახება?

ამოხსნა

ვთქვათ კურსზე x გოგონა და y ბიჭია, მაშინ ამოცანის პირობის თანახმად $75 < x + y < 100$. ამოცანის პირობის თანახმად $x - y$ რიცხვს წრიულ დიაგრამაზე შეესაბამება 30° -ის ტოლი კუთხე, ხოლო $x + y$ რიცხვს კი - 360° -ის ტოლი კუთხე. ამიტომ ვწერთ განტოლებას $\frac{x - y}{x + y} = \frac{30^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{12}$. ეს განტოლება ტოლფასია $11x = 13y$ ტოლობის. ანუ, $x = \frac{13}{11}y$. რადგან x და y მთელი რიცხვებია, ამიტომ y არის 11-ის ჯერადი რიცხვი. $75 < x + y < 100$ პირობას აკმაყოფილებს რიცხვების მხოლოდ ერთი წყვილი: $y = 44$, $x = 52$.

პასუხი: 52 გოგონა, 44 ბიჭი.

ამოხსნის ეტაპები

- ა) შემოიტანა საჭირო უცნობები და დაწერა უტოლობა $75 < x + y < 100$;
- ბ) დაწერა რამდენ გრადუსიანი სექტორი შეესაბამება ერთ მოსწავლეს ან მთლიანად გოგონებს ან მთლიანად ბიჭებს (მაგ. $\frac{360^\circ}{x + y}$, $\frac{360^\circ x}{x + y}$, $\frac{360^\circ y}{x + y}$);
- გ) დაწერა ტოლობა $\frac{x - y}{x + y} = \frac{1}{12}$ (ან მისი ტოლფასი ტოლობა);
- დ) გამოსახა ერთი ცვლადი მეორეს საშუალებით, მაგ. $x = \frac{13}{11}y$;
- ე) პასუხი.

შეფასების სქემა

- 1 ქულა - ა; ან ბ.
- 2 ქულა - გ.
- 3 ქულა - ა, დ.
- 4 ქულა - ა, დ, ე.

შენიშვნა. იმ შემთხვევაში, თუ აბიტურიენტმა გამოიყენო პასუხი და შეამოწმა, რომ ის აკმაყოფილებს ამოცანის პირობებს, იწერება 2 ქულა.

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“-ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

(4) 41.

იპოვეთ მთელ რიცხვთა ყველა შესაძლო $(x; y)$ წყვილი, რომელთათვისაც სრულდება ტოლობა $\log_7(x^2 - y^2 + 4) = 1 - \log_7(x + 3y)$.

ამოხსნა

რადგან x და y მთელი რიცხვებია, ამიტომ $x^2 - y^2 + 4$ და $x + 3y$ დადებითი მთელი რიცხვებია. საწყისი ტოლობა გადავწეროთ $\log_7[(x^2 - y^2 + 4)(x + 3y)] = 1$ სახით. ლოგარითმის განმარტების თანახმად, ვწერთ $(x^2 - y^2 + 4)(x + 3y) = 7$.

რადგან 7 მარტივი რიცხვია, ამიტომ გვაქვს განტოლებათა ორი შესაძლო სისტემა:

$$\begin{cases} x + 3y = 1 \\ x^2 - y^2 + 4 = 7 \end{cases} \quad \text{ან} \quad \begin{cases} x + 3y = 7 \\ x^2 - y^2 + 4 = 1 \end{cases}$$

პირველი სისტემის პირველი განტოლებიდან $x = 1 - 3y$. მაშინ მეორე განტოლებაში ჩასმის შედეგად ვღებულობთ განტოლებას: $4y^2 - 3y - 1 = 0$, რომლის ამონახსნებია $y_1 = 1$ და $y_2 = -\frac{1}{4}$. y_2 არ არის მთელი რიცხვი, ამიტომ პირველი სისტემა გვაძლევს მხოლოდ ერთ ამონახსნს $(-2; 1)$.

მეორე სისტემის პირველი განტოლებიდან $x = 7 - 3y$. მაშინ მეორე განტოლებაში ჩასმის შედეგად ვღებულობთ განტოლებას: $4y^2 - 21y + 26 = 0$, რომლის ამონახსნებია $y_1 = 2$ და $y_2 = \frac{13}{4}$. y_2 არ არის მთელი რიცხვი, ამიტომ მეორე სისტემა გვაძლევს კიდევ ერთ ამონახსნს $(1; 2)$.

პასუხი: $(-2; 1); (1; 2)$.

ამოხსნის ეტაპები

ა) მიიღო განტოლება $(x^2 - y^2 + 4)(x + 3y) = 7$ (ან მისი ტოლფასი განტოლება);

ბ) დაწერა სისტემა $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ x^2 - y^2 + 4 = 7 \end{cases}$ ან სისტემა $\begin{cases} x + 3y = 7 \\ x^2 - y^2 + 4 = 1 \end{cases}$;

გ) სწორად ამოხსნა ბ) პუნქტის ერთ-ერთი სისტემა;

დ) სწორად ამოხსნა ბ) პუნქტის ორივე სისტემა და დააფიქსირა საწყისი განტოლების სწორი პასუხები.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა.

2 ქულა - ა, ბ.

3 ქულა - ა, ბ, გ.

4 ქულა - ა, ბ, დ.

შენიშვნა: თუ გამოიცნო საწყისი განტოლების ერთი ამონახსნი მაინც და შეამოწმა, რომ ის აკმაყოფილებს ამოცანის პირობაში მოცემულ განტოლებას, იწერება 1 ქულა.