

Тест по математике

Инструкция

Перед Вами электронный буклет экзаменационного теста.

Тест состоит из 33 задач.

Решение задач 31-33 должно быть записано в специально отведенном для них месте на листе ответов. В Вашей записи должен быть четко представлен путь решения задачи.

Учтите, что размеры чертежей, прилагаемых к некоторым задачам, могут не соответствовать указанным в условиях размерам. Поэтому не следует делать выводы о длинах отрезков или других величинах на основании размеров чертежа. Руководствуйтесь условием задачи.

Максимальная оценка теста – 52 балла.

Для выполнения работы Вам отводится 5 часов.

Желаем успеха!



Задача 2**1 балл**

Два автомобиля двигались с постоянной скоростью и проехали одно и тоже расстояние. На сколько процентов меньше времени понадобилось второму автомобилю по сравнению с первым на прохождение этого пути, если скорость второго автомобиля больше скорости первого на 60% ?

а) на 30%

б) на 37,5%

в) на 40%

г) на 42,5%

Задача 3**1 балл**

Прямая, заданная уравнением $y = 2 - 3x$, пересекает оси абсцисс и ординат в точках A и B соответственно. Найти расстояние между этими точками.

а) $\frac{2\sqrt{10}}{3}$

б) $\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

в) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

г) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

Задача 4**1 балл**

На координатной плоскости даны четыре точки: $A(-4; -1)$, $B(-1; 2)$, $C(2; 4)$ и $D(3; 6)$. Какие три из этих четырех точек принадлежат одной и той же прямой?

- а) точки A , B и C
- б) точки B , C и D
- в) точки A , B и D
- г) точки A , C и D

Задача 5

1 балл

Сколько существует натуральных чисел кратных четырем, которые при делении на 3 в частном дают простое число, а в остатке 2?

- а) ни одного
- б) одно
- в) два
- г) бесконечно много

Задача 6**1 балл**Решите неравенство $15 - 6x^2 < x$

а) $(-\infty; +\infty)$

б) $\left(-\frac{5}{3}; \frac{3}{2}\right)$

в) $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$

г) $\left(-\infty; -\frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

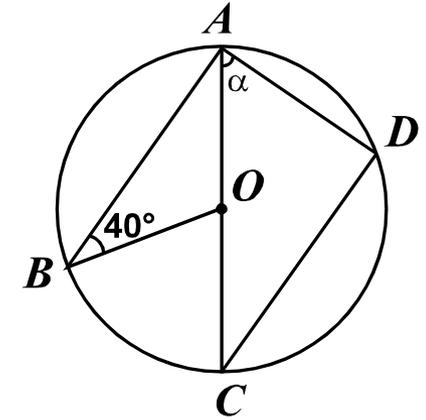
Задача 7**1 балл**

Найти произведение корней уравнения $x^2 - 4|x| - 5 = 0$.

а) -25 б) 25 в) 5 г) -5

Задача 8**1 балл**

Точки A , B , C и D лежат на окружности с центром O , при этом AC - диаметр окружности, $AB \parallel CD$ и $\angle ABO = 40^\circ$. Найти $\angle CAD$.

а) 30° б) 45° в) 50° г) 60°

Задача 9**1 балл**

В аквариуме, который имеет форму прямоугольного параллелепипеда, налита вода. Полное погружение в нее шара радиусом 6 см вызвало подъем уровня воды на 2 см. Найти площадь основания параллелепипеда.

а) $1,44\pi \text{ дм}^2$

б) $3\pi \text{ дм}^2$

в) $3,6\pi \text{ дм}^2$

г) $1,08\pi \text{ дм}^2$

Задача 10

1 балл

Какое из ниже перечисленных предложений утверждений является ложным?

- а) Существует множество, которое имеет только два подмножества;
- б) Существует множество, которое имеет только четыре подмножества;
- в) Существует множество, которое имеет только шесть подмножеств;
- г) Существует множество, которое имеет только восемь подмножеств.

Задача 11**1 балл**

Сколько решений имеет уравнение $(x^2 - 9)(x^3 - 64x)\log_5(3x - 20) = 0$?

- а) ни одного
- б) одно
- в) два
- г) шесть

Задача 12**1 балл**

Найти наименьшее значение функции $y = 2x^2 + 4x + 3$ на промежутке $[-4; 1]$.

а) -2 б) 1 в) 9 г) 19

Задача 13**1 балл**

Найти $a + b$, если $4^a = 28$ и $2^b = \frac{1}{\sqrt{7}}$.

- а) 1
- б) 2
- в) 3
- г) 4

Задача 14**1 балл**

Найти $\log_3 a$, если известно, что $0 < a < 1$ и $a^{\log_3 a} = 9$.

а) $\log_3 2$

б) $\sqrt{2}$

в) $-\log_2 3$

г) $-\sqrt{2}$

Задача 15**1 балл**

Величины углов треугольника относятся как 1:2:6. Найти радиус окружности, описанной около этого треугольника, если длина наибольшей стороны треугольника равна 5 см.

а) $\frac{10}{\sqrt{3}}$ см

б) $\frac{5}{\sqrt{3}}$ см

в) 5 см

г) $5\sqrt{3}$ см

Задача 16**1 балл**

Игрок изготовил такую фальшивую игральную кость, что при бросании кости вероятность выпадения 1, 2, 3, 4 и 5 очков одинакова, а вероятность выпадения шести очков вдвое больше вероятности выпадения одного очка. Чему равна вероятность того, что при двукратном бросании игральной кости в сумме выпадет 10 очков?

а) $\frac{1}{12}$

б) $\frac{3}{49}$

в) $\frac{5}{49}$

г) $\frac{5}{36}$

Задача 17**1 балл**

Какая из следующих двух функций $f(x) = \sin(|x|)$ и $g(x) = \cos(|x|)$ периодична?

- а) только $f(x)$
- б) только $g(x)$
- в) $f(x)$ и $g(x)$
- г) ни одна из них

Задача 18**1 балл**

Величины x и y находятся в обратно пропорциональной зависимости. Ниже приведена таблица их взаимно соответствующих значений:

x	2	5	n
y	3	m	6

Чему равняется $m + n$?

а) $\frac{23}{2}$

б) $\frac{37}{3}$

в) $\frac{106}{45}$

г) $\frac{11}{5}$

Задача 19**1 балл**

Найти длину векторного произведения $(2\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{b} - 3\vec{a})$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$, а угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 30° .

а) 10

б) $2\sqrt{3} + 20$

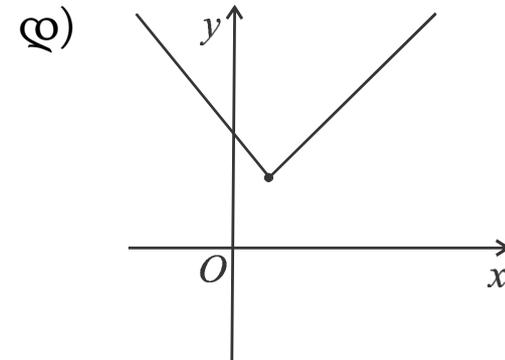
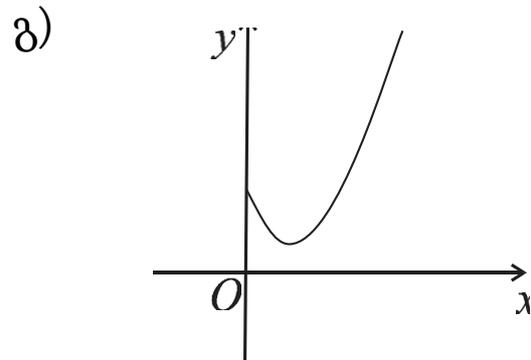
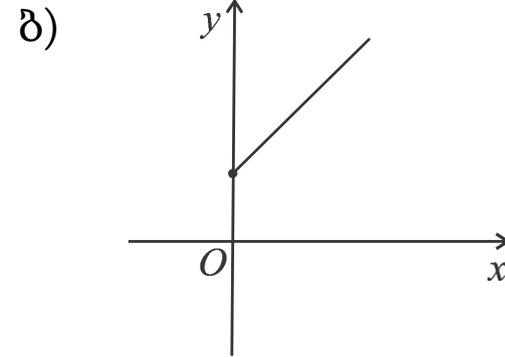
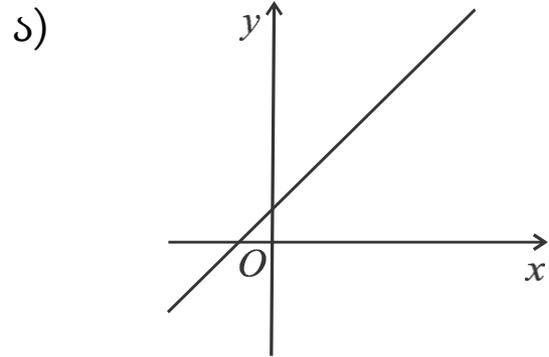
в) 18

г) 2

Задача 20

1 балл

На одной из ниже приведенных координатных плоскостей схематически изображено множество точек $P((1-t)^2, t^2 - 2t + 5)$, где $t \in \mathbb{R}$. Укажите эту координатную плоскость.



Задача 21**1 балл**

Какому из ниже перечисленных условий должны удовлетворять действительные числа x , y и z , чтобы высказывание

$$\text{„если } \frac{x+y}{z} > 0, \text{ то } x < 0.\text{“}$$

было всегда истинным?

- а) $x < y$ и $z > 0$;
- б) $x > y$ и $z > 0$;
- в) $x > y$ и $z < 0$;
- г) $x < y$ и $z < 0$.

Задача 22**1 балл**

Множество всех тех точек $P(x, y)$ координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют условию $x^2 + y^2 \leq 2xy$, есть

- а) полуплоскость
- б) круг
- в) прямая
- г) окружность

Задача 23**1 балл**

Сколько корней имеет уравнение $\sin(x^2) = 0$ на промежутке $[-\pi; \pi]$?

а) 4

б) 5

в) 7

г) 9

Задача 24**1 балл**

Найти мнимую часть комплексного числа $\frac{1}{1+i}$.

а) $-\frac{1}{2}$

б) $\frac{1}{2}$

в) $\frac{1}{2}i$

г) 1

Задача 25**1 балл**

Найти наименьшее значение функции $f(x) = 11 + \sqrt[4]{x-2} + \sqrt{x-6}$.

а) 11

б) $11 + \sqrt{2}$

в) $11 + \sqrt[4]{2}$

г) $11 + \sqrt[4]{2} + \sqrt{6}$

Задача 26**1 балл**

Найти объем тела, полученного вращением равностороннего треугольника ABC вокруг стороны AB , если $AB = 4$.

а) $8\sqrt{3}\pi$

б) $4\sqrt{3}\pi$

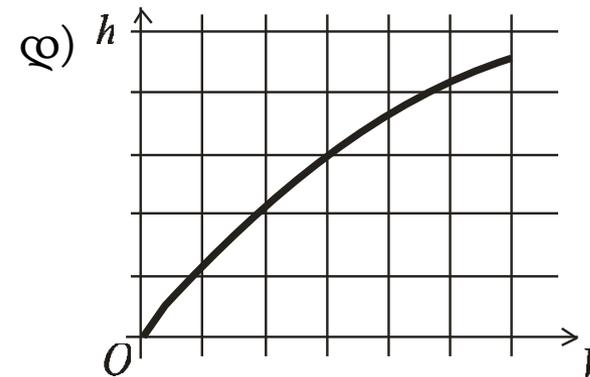
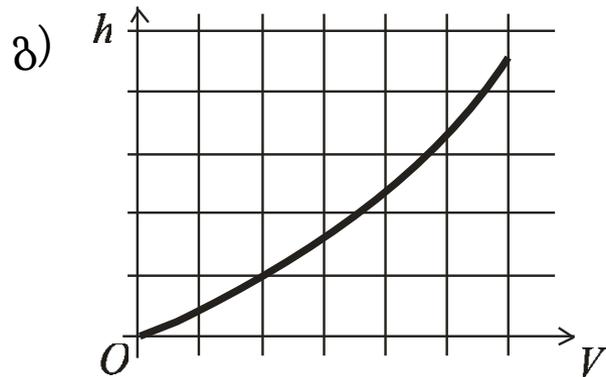
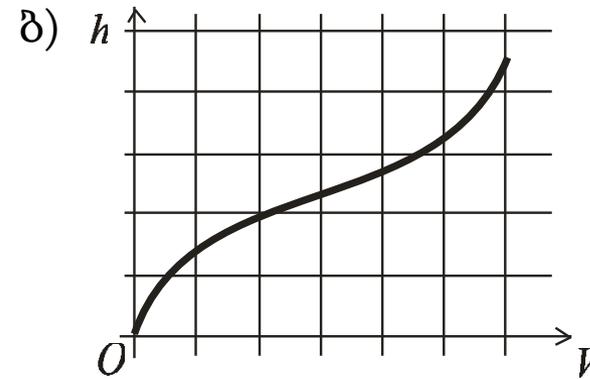
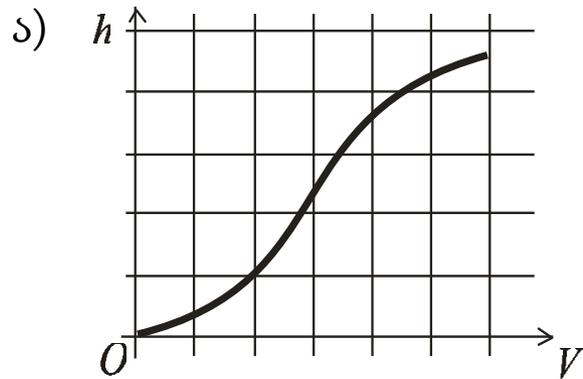
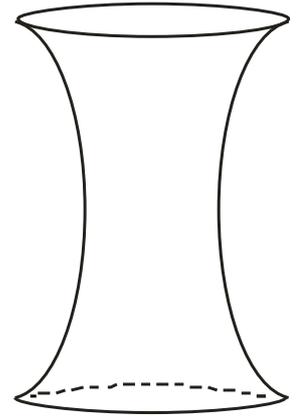
в) 8π

г) 16π

Задача 27

1 балл

Пустой сосуд, изображенный на рисунке, наполняют водой. Один из ниже приведенных рисунков является графиком функции $h = h(V)$, где V обозначает объем воды в сосуде, а h - уровень воды в сосуде. На каком рисунке изображен этот график?



Задача 28**1 балл**

$P(x)$ и $Q(x)$ такие многочлены, что $P(x) + Q(x)$ - многочлен третьей степени, а $P(x) - Q(x)$ - многочлен пятой степени. Чему равна степень многочлена $P(x) \cdot Q(x)$?

а) 8

б) 25

в) 15

г) 10

Задача 29**1 балл**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n+2} - \sqrt{n+5}}{\sqrt{n}} =$$

а) $\sqrt{8}$

б) 8

в) $\sqrt{2} - \sqrt{5}$

г) 2

Обратное утверждение какого из нижеперечисленных утверждений ложно?

- а) Если прямая a перпендикулярна двум произвольным пересекающимся прямым, лежащим на плоскости Π , то прямая a перпендикулярна плоскости Π ;
- б) Если прямые a и b перпендикулярны данной плоскости Π , то плоскость Π перпендикулярна плоскости, проходящей через прямые a и b ;
- в) Если прямая a параллельна некоторой прямой, лежащей на плоскости Π , то прямая a параллельна плоскости Π ;
- г) Если некоторая прямая, лежащая на плоскости Π , перпендикулярна плоскости Γ , то плоскость Π перпендикулярна плоскости Γ .

Задача 31

10 баллов

После прохождения темы "Характеристики числовых данных" ученикам на дом задали следующее задание:

"Стоимость вызова мастера при обращении к некоторой фирме вычисляется по формуле $C = 30 + 18T$, где C - сумма в ларах, а T - продолжительность работы выполненной мастером в часах. В течении месяца составляли данные о продолжительности работы в часах мастеров этой фирмы во время каждого вызова. Оказалось, что среднее этих данных равно 1,5 часа, диапазон разброса - 3 часа 20 минут, а среднеквадратичное отклонение - 50 минут.

Если теперь составить данные о стоимости вызовов мастеров за этот месяц, то чему будут равны их среднее, диапазон разброса и среднеквадратичное отклонение?"

Один из учеников представил решение задачи посредством следующей таблицы

	Продолжительность работы T (чс)	Стоимость вызова C (лари)
Среднее	$\frac{3}{2}$	$30 + 18 \cdot \frac{3}{2} = 57$
Диапазон разброса	$\frac{10}{3}$	$30 + 18 \cdot \frac{10}{3} = 90$
Среднеквадратичное отклонение	$\frac{5}{6}$	$30 + 18 \cdot \frac{5}{6} = 45$

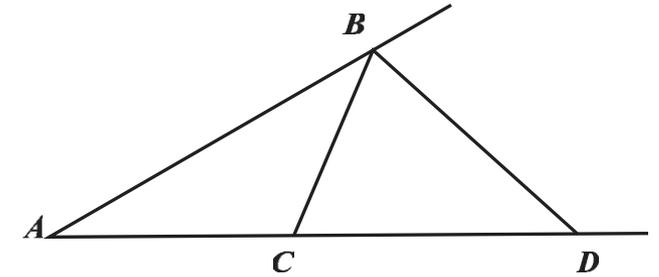
Ваше задание:

- 1) Напомнить ученикам следующие понятия: среднее, диапазон разброса и среднеквадратичное отклонение числовых данных. (3 балла)
- 2) Указать, какую ошибку/ошибки допустил ученик при решении задачи. Решить задачу. Изложите решение ясно, на языке понятном для учеников. (7 баллов)

Задача 32**5 баллов**

Биссектриса внешнего угла при вершине B треугольника ABC пересекает луч AC в точке D (см. рис.). Доказать, что $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{CD}$.

Изложите Ваши рассуждения ясно, на языке, понятном для учащихся.



Задача 33**7 баллов**

Решите следующую задачу линейного программирования графическим способом и представьте решение на языке, понятном для учащихся.

Найдите наибольшее значение $x + y$, если переменные x и y удовлетворяют следующим условиям:

$$\begin{cases} x + 2y \leq 4 \\ 4x + 2y \leq 12 \\ -x + y \leq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$